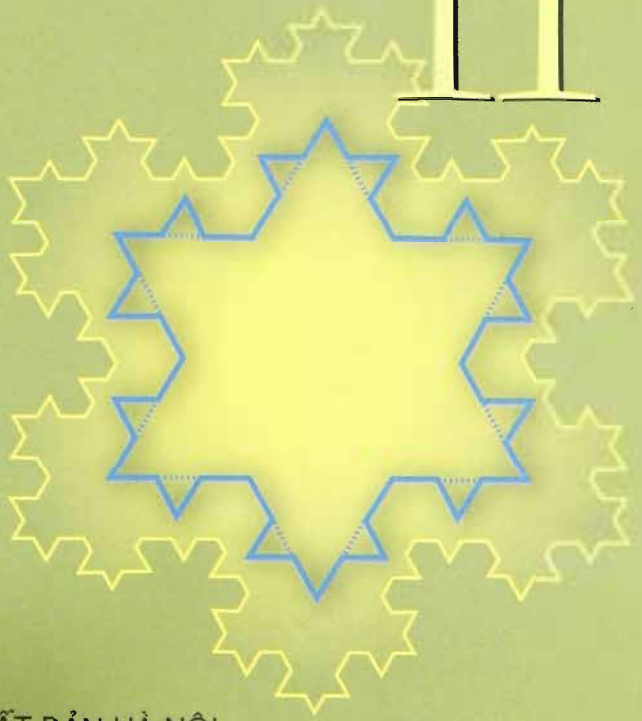
TRẦN VINH

THIẾT KẾ BÀI GIẢNG
ĐẠI SỐ và GIẢI TÍCH
NÂNG CAO

TẬP HAI

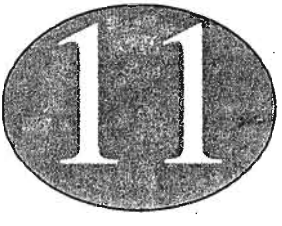
11



NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

TRẦN VINH

THIẾT KẾ BÀI GIẢNG
ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH



NÂNG CAO

TẬP HAI

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

THIẾT KẾ BÀI GIẢNG

ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11 - NÂNG CAO - TẬP HAI

TRẦN VINH

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

Chịu trách nhiệm xuất bản :
NGUYỄN KHẮC OÁNH

Biên tập :

PHẠM QUỐC TUẤN

Vẽ Bìa :

TÀO THANH HUYỀN

Trình bày :

QUỲNH TRANG

Sửa bản in :

PHẠM QUỐC TUẤN

In 1000 cuốn, tại Xí nghiệp in ACS Việt Nam.
Km 10 - Đường Phạm Văn Đồng – Kiến Thuỵ – Hải Phòng.
Giấy phép xuất bản số : 208 – 2007/CXB/46 m TK - 47/HN.
In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2008.

Chương III

DÃY SỐ.
CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

Phần 1
NHỮNG VẤN ĐỀ CỦA CHƯƠNG

I. NỘI DUNG

Nội dung chính của chương III :

Phương pháp quy nạp toán học: Định nghĩa, các bước chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Dãy số: Định nghĩa dãy số là gì ? Dãy số hữu hạn và dãy số vô hạn, công thức tổng quát của dãy số, các phương pháp cho dãy số, dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn.

- Cấp số cộng : Định nghĩa, công sai, số hạng tổng quát, tính chất các số hạng, tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

- Cấp số nhân : Định nghĩa, công bội, số hạng tổng quát, tính chất các số hạng, tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

II. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên, cụ thể :

- Biết chứng minh và nhận biết khi nào sử dụng phương pháp quy nạp toán học.

Biết tìm các số hạng tổng quát của dãy số; Chứng minh được dãy số là dãy số tăng, giảm, dãy số bị chặn.

- Nắm được khái niệm và cách nhận biết một dãy số là cấp số cộng ; tìm được số hạng tổng quát và tính tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng.

Nắm được khái niệm và cách nhận biết một dãy số là cấp số nhân ; tìm được số hạng tổng quát và tính tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân.

2. Kĩ năng

Vận dụng các bước quy nạp để chứng minh bài toán bằng phương pháp quy nạp toán học.

Vận dụng thành thạo các tính chất của cấp số cộng và cấp số nhân trong giải toán.

Biết cách cho một dãy số, cách khảo sát tính tăng, giảm của các dãy số đơn giản.

Nhận biết được cấp số cộng, cấp số nhân ; biết cách tìm số hạng tổng quát và tổng n số hạng đầu tiên của các cấp số đó trong các trường hợp không phức tạp ;

Biết vận dụng những kiến thức trong chương để giải quyết các bài toán có liên quan được đặt ra ở các môn học khác, cũng như trong thực tiễn cuộc sống.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực, độc lập và chủ động phát hiện cũng như lĩnh hội kiến thức trong quá trình hoạt động.
- Cẩn thận chính xác trong lập luận và tính toán.

Cảm nhận được thực tế của toán học, nhất là đối với dãy số.

Phần 2

CÁC BÀI SOẠN

§1. Phương pháp quy nạp toán học (tiết 1, 2)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Phương pháp và các bước chứng minh quy nạp.

Khi nào thì vận dụng phương pháp quy nạp.

Giải thích được phương pháp quy nạp.

2. Kĩ năng

Vận dụng thành thạo phương pháp quy nạp trong giải toán.

Biết thêm một phương pháp chứng minh đối với bài toán có liên quan đến số tự nhiên.

3. Thái độ

Tự giác, tích cực trong học tập.

- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị các ví dụ sinh động.

- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về số tự nhiên ở lớp dưới.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết ví dụ 1.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết phần bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY – HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Xét tính đúng – sai của các câu sau đây :

a) Nếu $a > b$ thì $a^n > b^n$

b) Nếu $a > b > 1$ thì $a^n > b^n$.

Câu hỏi 2

Cho các mệnh đề sau :

a) Số nguyên dương lẻ lớn hơn 1 là số nguyên tố.

b) $1 + 2 + 3 + ... + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$, $n \in \mathbb{N}$.

Hãy xem xét tính đúng sai của các mệnh đề trên với 3 số hạng đầu tiên.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Phương pháp quy nạp toán học

• GV đặt vấn đề :

H1. Hãy phát biểu một vài mệnh đề chứa biến tự nhiên A(n).

• Sau đó GV nêu bài toán trong SGK.

Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, ta luôn có

$$1.2 + 2.3 + ... + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

• Thực hiện H1 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy kiểm chứng khi n = 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với n = 1 ta có đẳng thức luôn luôn đúng.
Câu hỏi 2 Có thể kiểm tra đẳng thức (1) với mọi n được không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Không thể.

• GV nêu các bước quy nạp :

*• **Bước 1** (bước cơ sở, hay bước khởi đầu). Chứng minh A(n) là một mệnh đề đúng khi n = 1.*

*• **Bước 2** (bước quy nạp, hay bước "di truyền"). Với k là một số nguyên dương tuỳ ý, xuất phát từ giả thiết A(n) là một mệnh đề đúng khi n = k, chứng minh A(n) cũng là một mệnh đề đúng khi n = k + 1.*

Người ta gọi phương pháp chứng minh vừa nêu trên là phương pháp quy nạp toán học (hay còn gọi tắt là phương pháp quy nạp). Giả thiết được nói tới ở bước 2 gọi là giả thiết quy nạp.

• GV đưa ra một số câu hỏi cũng cố :

H2. Hãy giải thích tại sao phép chứng minh bằng quy nạp là đúng.

H3. Phép chứng minh bằng quy nạp có áp dụng cho bài toán chứng minh mệnh đề A(x) bất kì.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Ví dụ áp dụng

• Thực hiện ví dụ 1 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta thấy n = 1, công thức trên luôn luôn đúng.

Câu hỏi 2 Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công thức. **Câu hỏi 3** Hãy thiết lập công thức khi n = k + 1 và chứng minh công thức đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $1^3 + 2^3 + ... + k^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $1^3 + 2^3 + ... + k^3 + (k+1)^3 = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$. HS tự chứng minh tiếp.

• Thực hiện H2 trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 1. **Câu hỏi 2** Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công thức. **Câu hỏi 3** Hãy thiết lập công thức khi n = k + 1 và chứng minh công thức đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta thấy n = 1, công thức trên luôn luôn đúng. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự thiết lập. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $1 + 3 + ... + (2k-1) + (2k+1)$ $= (k+1)^2$. HS tự chứng minh.

• Thực hiện H3 trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, ta có $1^2 = 1$ $= \frac{1(4.1^2-1)}{3}$.

Câu hỏi 2 Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công thức. **Câu hỏi 3** Hãy thiết lập công thức khi n = k + 1 và chứng minh công thức đó.	Như vậy công thức đúng khi $n = 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự thiết lập. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $1^2 + 3^2 + ... + (2k-1)^2 + (2(k+1)-1)^2$ $= \frac{(k+1)[4(k+1)^2 - 1)}{3}$ HS tự chứng minh.

• GV nêu chú ý trong SGK:

Trong thực tế, ta còn gặp các bài toán với yêu cầu chứng minh mệnh đề chứa biến A(n) là một mệnh đề đúng với mọi giá trị nguyên dương $n \geq p$, trong đó p là một số nguyên dương cho trước. Trong trường hợp này, để giải quyết bài toán đặt ra bằng phương pháp quy nạp, ở bước 1 ta cần chứng minh A(n) là mệnh đề đúng khi n = p và ở bước 2, cần xét giả thiết quy nạp với k là số nguyên dương tuỳ ý lớn hơn hoặc bằng p.

• Thực hiện ví dụ 2 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 3. **Câu hỏi 2** Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công thức theo k. **Câu hỏi 3** Hãy thiết lập và chứng minh công thức vơi n = k + 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta thấy n = 1, công thức trên luôn luôn đúng. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $2^k > 2k + 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $2^{k+1} > 2(k+1) + 1$. HS chứng minh tiếp.

HOẠT ĐỘNG 3

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Các bước quy nạp toán học.

• **Bước 1** (*bước cơ sở*, hay *bước khởi đầu*). Chứng minh $A(n)$ là một mệnh đề đúng khi $n = 1$.

• **Bước 2** (*bước quy nạp*, hay *bước "di truyền"*). Với k là một số nguyên dương tuỳ ý, xuất phát từ giả thiết $A(n)$ là một mệnh đề đúng khi $n = k$, chứng minh $A(n)$ cũng là một mệnh đề đúng khi $n = k + 1$.

Người ta gọi phương pháp chứng minh vừa nêu trên là *phương pháp quy nạp toán học* (hay còn gọi tắt là *phương pháp quy nạp*). Giả thiết được nói tới ở bước 2 gọi là *giả thiết quy nạp*.

HOẠT ĐỘNG 4

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 1

Câu 1. Thông thường, trong phương pháp quy nạp toán học người ta chia số bước là :

(a) 1 (b) 2 ;

(c) 3 ; (d) 4.

Trả lời. (b).

Câu 2. Trong chứng minh bằng phương pháp quy nạp, giả thiết quy nạp ở

(a) Bước 1 ; (b) Bước 2 ;

(c) Bước 3 ; (d) Bước 4.

Trả lời. (b).

Câu 3. Phương pháp quy nạp toán học thường chỉ vận dụng cho bài toán có liên quan đến :

(a) Số tự nhiên ; (b) Số nguyên ;

(c) Số hữu tỉ ; (d) Số thực.

Trả lời. (a).

Câu 4. Cho bài toán : Chứng minh rằng n (n + 1) chia hết cho 2 với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

(a) Mệnh đề đó đúng với n = 1.

(b) Mệnh đề đó đúng với n = 2.

(c) Mệnh đề đó đúng với n = 3.

(d) Cả ba kết luận trên đều sai.

Hãy chọn câu trả lời sai.

Trả lời. (d).

Câu 5. Cho $P(n) = (1+h)^n$, $Q(n) = 1 + nh$. Hãy điền vào ô trống trong bảng sau :

n	1	2	3	4	5
P(n)					
Q(n)					

Câu 6. Cho bài toán như câu 5, với h > 0. Hãy chọn phương án đúng trong các phương án sau đây:

(a) $P(n) > Q(n)\ \forall n \in \mathbb{N}^*$; (b) $P(n) = Q(n)\ \forall n \in \mathbb{N}^*$;

(c) $P(n) < Q(n)\ \forall n \in \mathbb{N}^*$; (d) $P(n) \geq Q(n)\ \forall n \in \mathbb{N}^*$

Trả lời (a).

Câu 7. Cho P(n) = n(n + 1)(n + 2). Hãy điền vào ô trống trong bảng sau :

n	1	2	3	4	5
P(n)					

Câu 8. Cho bài toán như câu 7. Hãy chọn phương án đúng trong các phương án sau đây:

(a) $P(n) \vdots 3\ \forall n \in \mathbb{N}^*$; (b) $P(n) \vdots 4\ \forall n \in \mathbb{N}^*$;

(c) P(n) ⋮ 5 ∀ n ∈ ℕ* ; (d) P(n) ⋮ 6∀ n ∈ ℕ*

Trả lời (a).

Câu 9. Cho P(n) = n(n + 1)(n + 2)(n + 3). Hãy điền vào ô trống trong bảng sau :

n	1	2	3	4	5
P(n)					

Câu 10. Cho bài toán như câu 9. Hãy chọn phương án đúng trong các phương án sau đây:

(a) P(n) ⋮ 3 ∀ n ∈ ℕ* ; (b) P(n) ⋮ 4 ∀ n ∈ ℕ* ;

(c) P(n) ⋮ 5 ∀ n ∈ ℕ* ; (d) P(n) ⋮ 6∀ n ∈ ℕ*

Trả lời (b).

HOẠT ĐỘNG 5

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. *Hướng dẫn.* Sử dụng các bước chứng minh quy nạp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, ta có $1 = \frac{1.(1+1)}{2}$. Như vậy công thức đúng khi $n = 1$.
Câu hỏi 2 Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công thức theo k.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự lập.
Câu hỏi 3 Hãy thiết lập và chứng minh	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**

công thức với n = k + 1.	$1+2+3+...+k+(k+1)$ $=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$.

Bài 2. *Hướng dẫn.* Sử dụng các bước chứng minh quy nạp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, ta có $2^2 = 4 = \frac{2.1(1+1)(2.1+1)}{3}$.Như vậy, đúng khi $n = 1$.
Câu hỏi 2 Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công thức theo k.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Câu này GV chỉ nêu vấn đề, HS tự lập.
Câu hỏi 3 Hãy thiết lập và chứng minh công thức với n = k + 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta sẽ chứng minh $2^2+4^2+...+(2k)^2+(2k+2)^2$ $=\frac{2(k+1)(k+2)(2k+3)}{3}$ Bằng phương phấp quy nạp. HS tự chứng minh.

Bài 3. *Hướng dẫn.* Sử dụng các bước chứng minh quy nạp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, ta có $1 < 2\sqrt{1}$. Như vậy, bất đẳng thức đúng khi $n = 1$.

Câu hỏi 2 Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công thức theo k. **Câu hỏi 3** Hãy thiết lập và chứng minh công thức với n = k + 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Câu này GV chỉ nêu vấn đề, HS tự lập. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + ... + \frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{1}{\sqrt{k+1}}$ $< 2\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}}$ Lại có $\left(2\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}}\right)^2$ $= 4k + \frac{4\sqrt{k}}{\sqrt{k+1}} + \frac{1}{k+1} < 4(k+1)$ Suy ra $2\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} < 2\sqrt{k+1}$.

Bài 4. Sử dụng phương pháp quy nạp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 2. **Câu hỏi 2** Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 2$, ta có $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = \frac{2+1}{2.2}$ Như vậy, (1) đúng khi $n = 2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Câu này GV chỉ nêu vấn đề, HS tự lập.

thức theo k. **Câu hỏi 3** Hãy thiết lập và chứng minh công thức với n = k + 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** ta có $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{k^2}\right)\left(1-\frac{1}{(k+1)^2}\right)$ $=\frac{k+1}{2k}\quad\frac{k(k+2)}{(k+1)^2}=\frac{k+2}{2(k+1)}$ Từ các chứng minh trên suy ra (1) đúng với mọi số nguyên $n \geq 2$.

Bài 5. Sử dụng phương pháp quy nạp

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 2.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 2$, ta có $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}=\frac{14}{24}>\frac{13}{24}$. Như vậy, (1) đúng khi $n = 2$.
Câu hỏi 2 Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công thức theo k.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Câu này GV chỉ nêu vấn đề, HS tự lập.
Câu hỏi 3 Hãy thiết lập và chứng minh công thức với n = k + 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** ta sẽ chứng minh $\frac{1}{k+2}+\frac{1}{k+3}+\ldots+\frac{1}{2k+1}+\frac{1}{2(k+1)}>\frac{13}{24}$ Bằng các phân tích :

	$\frac{1}{k+2} + \frac{1}{k+3} + \ldots$ $+ \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2(k+1)}$ $= \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \ldots + \frac{1}{2k}$ $+ \frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2(k+1)} - \frac{1}{k+1}$ HS tự chứng minh tiếp.

Bài 6. Sử dụng phương pháp quy nạp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, ta có $u_1 = 7.2^{2.1-2} + 3^{2.1-1} = 7 + 3 = 10$, chia hết cho 5. Suy ra mệnh đề trên đúng khi $n = 1$.
Câu hỏi 2 Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công thức theo k.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Câu này GV chỉ nêu vấn đề, HS tự lập.
Câu hỏi 3 Hãy thiết lập và chứng minh công thức với n = k + 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** ta có $u_{k+1} = 7.2^{2(k+1)-2} + 3^{2(k+1)-1}$ $= 4.7.2^{2k-2} + 9.3^{2k-1}$ $= 4(7.2^{2k-2} + 3^{2k-1}) + 5.3^{2k-1}$ $= 4.u_k + 5.3^{2k-1}$

	Vì $u_k \vdots 5$ (theo giả thiết quy nạp), nên từ đó ta được điều cần chứng minh.

Bài 7. Sử dụng phương pháp quy nạp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét tính đúng sai của công thức với n = 1. **Câu hỏi 2** Giả sử công thức đúng n = k hãy thiết lập công thức theo k. **Câu hỏi 3** Hãy thiết lập và chứng minh công thức với n = k + 1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, ta có $(1 + x)^1 = 1 + x = 1 + 1.x.$ Như vậy, ta có (1) đúng khi $n = 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Câu này GV chỉ nêu vấn đề, HS tự lập. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Thật vậy, từ giả thiết $x > -1$ và giả thiết quy nạp, ta có $(1 + x)^{k+1} = (1 + x)(1 + x)^k$ $\geq (1 + x)(1 + kx) = 1 + (k + 1)x + kx^2$ $\geq 1 + (k + 1)x.$ Từ các chứng minh trên suy ra (1) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Bài 8. Sử dụng phương pháp quy nạp.

HS tự giải.

§2. Dãy số
(tiết 3, 4)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

Định nghĩa dãy số : Số hạng tổng quát của dãy số, dãy số hữu hạn, số hạng đầu và số hạng cuối của dãy số hữu hạn.

• Các phương pháp cho dãy số : Dãy số cho bởi công thức, dãy số cho bởi mô tả, dãy số cho bởi truy hồi.

• Biểu diễn hình học của dãy số trên hệ trục toạ độ.

• Dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn.

2. Kĩ năng

Sau khi học xong bài này, HS cần giải thành thạo các dạng toán về dãy số.

• Tìm được số hạng tổng quát của dãy số, số hạng đầu, số hạng cuối của dãy số hữu hạn.

Chứng minh một dãy số bị chặn trên, một dãy số bị chặn dưới, dãy số bị chặn.

3. Thái độ

• Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

• Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

• Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

• Cần ôn lại một số kiến thức đã học về dãy số đã học, đã biết.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết phần 2.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết phần bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY – HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Cho $f(n) = n^2$ Hãy điền vào các ô trống sau đây:

n	1	2	3	4
f(n)				

Câu hỏi 2

Hãy nhận xét về tính tăng, giảm của năm số hạng trên.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Định nghĩa và ví dụ

• GV đặt vấn đề như sau

Hãy điền vào ô trống.

n	1	2	3	4	5
$(-1)^n(n-2)$					

H1. Nhận xét gì về dấu của dãy số trên.

H2. Ta có thể tìm được một số hạng nào đó với n bất kì hay không?

H3. Hãy xác định số hạng ở vị trí thứ 100.

H4. Công thức trên cho ta một dãy số. Em hãy nêu định nghĩa dãy số theo quan điểm của mình.

• Nêu định nghĩa dãy số.

Một hàm số u xác định trên tập hợp các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một ***dãy số vô hạn*** *(hay còn gọi tắt là* ***dãy số****).*
Mỗi giá trị của hàm số u được gọi là một số hạng của dãy số ; u(1) được gọi là số hạng thứ nhất (hay số hạng đầu) ; u(2) được gọi là số hạng thứ hai ; ...

• GV nêu ví dụ 1, sau đó thực hiện **H1** trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định số hạng thứ 9.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự tính toán. *Đáp số.* $u_9 = \frac{1}{10}$
Câu hỏi 2 Hãy xác định số hạng thứ 99.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự tính toán. *Đáp số.* $u_9 = \frac{1}{100}$
Câu hỏi 3 Hãy xác định số hạng thứ 999.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** HS tự tính toán. *Đáp số.* $u_9 = \frac{1}{1000}$.

• Tiếp theo GV đưa ra các kí hiệu của dãy số

Người ta thường kí hiệu dãy số $u = u(n)$ bởi (u_n), và gọi u_n là số hạng tổng quát của dãy số đó.
Người ta cũng thường viết dãy số (u_n) dưới dạng khai triển :

$$u_1, u_2 \ \ldots, u_n, \ldots.$$

H5. Hãy lấy ví dụ một vài dãy số cho dưới dạng công thức tổng quát và chỉ ra số hạng thứ 10, 100 của dãy số đó.

H6. Hãy lấy ví dụ một vài dãy số cho dưới dạng khai triển và chỉ ra số hạng thứ 10, 100 của dãy số đó.

H7. Hãy so sánh trong cách cho nào dễ tìm các số hạng của dãy số hơn.

• GV nêu chú ý trong SGK:

Người ta cũng gọi một hàm số u xác định trên tập hợp gồm m số nguyên dương đầu tiên (m tuỳ ý thuộc $\mathbb{N}^*$) là một dãy số. Rõ ràng, dãy số trong trường hợp này chỉ có hữu hạn số hạng (m số hạng : $u_1, u_2, \ldots, u_m$) ; vì thế, người ta còn gọi nó là dãy số hữu hạn ; u_1 gọi là số hạng đầu và u_m gọi là số hạng cuối.

H8. hãy nêu sự khác biệt giữa dãy số hữu hạn và dãy số vô hạn.

• GV nêu ví dụ 2 và đưa ra câu hỏi :

H9. Hãy nêu số hạng đầu và số hạng cuối của dãy số trên.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Các cách cho dãy số

• GV đặt vấn đề như sau:

H10. Một dãy số được xác định khi nào ?

• GV nêu cách 1(cách cho dãy số).

***Cách 1** : Cho dãy số bởi công thức của số hạng tổng quát.*

H11. Em hãy lấy ví dụ cho cách cho dãy số này.

• GV nêu dãy số :

$$u_n = \frac{n-1}{3n+1}$$

• Thực hiện H2 trong 5 '.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định số hạng u_{33} của dãy số trên. **Câu hỏi 2** Hãy xác định số hạng u_{333} của dãy số trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự tính toán. *Đáp số.* $u_{33} = \frac{8}{25}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự tính toán. *Đáp số.* $u_{333} = \frac{83}{225}$.

• GV nêu cách 2:

Cho dãy số bởi hệ thức truy hồi (hay còn nói : Cho dãy số bằng quy nạp).

• GV nêu ví dụ 3 , sau đó cho HS điền vào bảng sau:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n									

• GV nêu ví dụ 4 , sau đó cho HS điền vào bảng sau:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_n									

H12. Nếu chỉ biết một số hạng của (v_n) thì có biết được tất cả các số hạng của v_n hay không?

H13 Hãy cho một vài ví dụ khác về phương pháp cho dãy số bằng quy nạp.

• Thực hiện H3 trong 3 '.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định v_4. **Câu hỏi 2** Hãy xác định số hạng u_{12} của dãy số trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Từ bảng trên HS tự trả lời. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự tính toán.

• GV nêu cách 3 :

Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số.

• GV nêu ví dụ 5 và đưa ra các câu hỏi như sau :

H14. Hãy lấy ví dụ về cách cho dãy số bằng lời.

H15. Nêu sự khác nhau giữa ba cách cho dãy số.

• GV nêu chú ý :

Một dãy số có thể cho bằng nhiều cách. Chẳng hạn, dãy số (u_n) ở ví dụ 3 có thể cho bởi công thức của số hạng tổng quát như sau :

$$u_n = 2^n - 1, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

• Thực hiện **H4** trong 3 .

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Em có nhận xét gì về tam giác BM_nA. **Câu hỏi 2** Hãy tìm công thức của số hạng tổng quát của dãy số (u_n).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Tam giác BM_nA vuông tại M_n. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_n = AM_n = AB.\sin\widehat{ABM_n}$ $= 2OA.\sin\frac{\widehat{AOM_n}}{2} = 2\sin\frac{\pi}{n}$.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Dãy số tăng, dãy số giảm

• GV đặt vấn đề như sau:

+ Cho dãy số $(u_n) = n + 1$

Hãy điền vào bảng sau :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n									

H16. Hãy nhận xét về sự tăng, giảm của các số hạng.

+ Cho dãy số $(v_n) = -n + 1$

Hãy điền vào bảng sau :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_n									

H17. Hãy nhận xét về sự tăng, giảm của các số hạng.

• GV nêu định nghĩa 2:

Dãy số (u_n) được gọi là ***dãy số tăng*** *nếu với mọi n ta có* $u_n < u_{n+1}$.

Dãy số (u_n) được gọi là ***dãy số giảm*** *nếu với mọi n ta có* $u_n > u_{n+1}$.

• GV nêu ví dụ 6 và đặt ra các câu hỏi như sau.

H18. Nếu dãy số không tăng thì dãy số giảm. Đúng hay sai ?

H19. Nếu dãy số không giảm thì dãy số tăng. Đúng hay sai ?

• Thực hiện **H5** trong 3 '

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Em Hãy cho ví dụ về dãy số tăng. **Câu hỏi 2** Hãy tìm công thức của số hạng tổng quát của dãy số (u_n).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV gọi HS trả lời. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_n = AM_n = AB.\sin\widehat{ABM_n}$ $= 2OA.\sin\frac{\widehat{AOM_n}}{2} = 2\sin\frac{\pi}{n}$.

HOẠT ĐỘNG 4

4. Dãy số bị chặn

• GV đặt vấn đề như sau:

+ Cho dãy số $(u_n) = \frac{1}{n}$

Hãy điền vào bảng sau :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n									

H20. Hãy chứng minh $u_n \leq 1$.

+ Cho dãy số $(v_n) = 3n + 7$

Hãy điền vào bảng sau :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V_n									

H21. Tìm số hạng nhỏ nhất của dãy.

• Sau đó GV nêu định nghĩa

a) Dãy số (u_n) được gọi là ***dãy số bị chặn trên*** *nếu tồn tại một số M sao cho*

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n \leq M.$$

b) Dãy số (u_n) được gọi là ***dãy số bị chặn dưới*** *nếu tồn tại một số m sao cho*

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n \geq m.$$

c) Dãy số (u_n) được gọi là ***dãy số bị chặn*** *nếu nó vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới ; nghĩa là, tồn tại một số M và một số m sao cho*

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad m \leq u_n \leq M.$$

• GV nêu ví dụ 7, cho HS lấy thêm một số ví dụ khác.

• Thực hiện **H6** trong 4

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 NHắc lại định nghĩa dãy số. **Câu hỏi 2** Hãy chọn khẳng định đúng.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV gọi HS trả lời. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Các khẳng định đúng : b), c), d) và e).

• Một số câu hỏi ôn tập

H22. Dãy số là một hàm số.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H23. Mọi dãy số đều là dãy số tăng hặc giảm.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H24. Dãy số bị chặn là dãy số tăng hặc giảm.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H25. Dãy số giảm là dãy số bị chặn.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H26. Dãy số tăng là dãy số bị chặn.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H27. Nếu dãy số không tăng thì giảm.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H28. Dãy số không giảm là dãy số tăng

(a) Đúng ; (b) Sai.

H29. Có những dãy số không tăng cũng không giảm

(a) Đúng ; (b) Sai.

HOẠT ĐỘNG 5

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Một hàm số u xác định trên tập hợp các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một **dãy số vô hạn** (hay còn gọi tắt là **dãy số**).

Mỗi giá trị của hàm số u được gọi là một *số hạng* của dãy số ; $u(1)$ được gọi là *số hạng thứ nhất* (hay *số hạng đầu*) ; $u(2)$ được gọi là *số hạng thứ hai* ; ... .

Người ta thường kí hiệu các giá trị $u(1)$, $u(2)$, ... tương ứng bởi u_1 , u_2 , ...

2. Người ta thường kí hiệu dãy số $u = u(n)$ bởi (u_n), và gọi u_n là *số hạng tổng quát* của dãy số đó.

Người ta cũng thường viết dãy số (u_n) dưới *dạng khai triển :*

$$u_1 , u_2 , ... , u_n \ ...$$

3. Người ta cũng gọi một hàm số u xác định trên tập hợp gồm m số nguyên dương đầu tiên (m tuỳ ý thuộc $\mathbb{N}^*$) là một dãy số. Rõ ràng, dãy số trong trường hợp này chỉ

có hữu hạn số hạng (m số hạng : $u_1, u_2, ..., u_m$) ; vì thế, người ta còn gọi nó là *dãy số hữu hạn* ; u_1 gọi là *số hạng đầu* và u_m gọi là *số hạng cuối*.

4. Có các cách cho dãy số sau :

Cho dãy số bởi công thức của số hạng tổng quát.

Cho dãy số bởi hệ thức truy hồi (hay còn nói : *Cho dãy số bằng quy nạp*).

Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số.

5. Dãy số (u_n) được gọi là **dãy số tăng** nếu với mọi n ta có $u_n < u_{n+1}$.

Dãy số (u_n) được gọi là **dãy số giảm** nếu với mọi n ta có $u_n > u_{n+1}$.

6. a) Dãy số (u_n) được gọi là **dãy số bị chặn trên** nếu tồn tại một số M sao cho

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n \leq M.$$

b) Dãy số (u_n) được gọi là **dãy số bị chặn dưới** nếu tồn tại một số m sao cho

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n \geq m.$$

c) Dãy số (u_n) được gọi là **dãy số bị chặn** nếu nó vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới; nghĩa là, tồn tại một số M và một số m sao cho

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad m \leq u_n \leq M.$$

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1. Cho dãy số $u_n = \frac{1}{n}$

(a) Dãy số đã cho là dãy số tăng ☐

(b) Dãy số đã cho là dãy số giảm ☐

(c) Dãy số đã cho là dãy số không đổi ☐

(d) Dãy số đã cho là dãy số không tăng, không giảm ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	S

Câu 2. Cho dãy số $u_n = \dfrac{n}{n+1}$

(a) Dãy số đã cho là dãy số tăng ☐

(b) Dãy số đã cho là dãy số giảm ☐

(c) Dãy số đã cho là dãy số không đổi ☐

(d) Dãy số đã cho là dãy số không tăng, không giảm ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	S

Câu 3. Cho dãy số $u_n = \dfrac{(-1)^n n}{n+1}$

(a) Dãy số đã cho là dãy số tăng ☐

(b) Dãy số đã cho là dãy số giảm ☐

(c) Dãy số đã cho là dãy số không đổi ☐

(d) Dãy số đã cho là dãy số không tăng, không giảm ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	S	Đ

Câu 4. Cho dãy số $u_n = \dfrac{(-1)^n n}{n^2 + 1}$

(a) Dãy số đã cho là dãy số tăng ☐

(b) Dãy số đã cho là dãy số giảm ☐

(c) Dãy số đã cho là dãy số không đổi ☐

(d) Dãy số đã cho là dãy số không tăng, không giảm ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	Đ

Câu 5. Cho dãy số $u_n = \dfrac{(-1)^n n}{n + 1}$

(a) Dãy số đã cho là dãy số tăng ☐

(b) Dãy số đã cho là dãy số giảm ☐

(c) Dãy số đã cho là dãy số bị chặn ☐

(d) Dãy số đã cho là dãy số không tăng, không giảm ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	Đ

Câu 7. Cho dãy số $u_1 = 2, u_n = u_{n-1} + 3$

(a) Dãy số đã cho là dãy số tăng ☐

(b) Dãy số đã cho là dãy số giảm ☐

(c) Dãy số đã cho là dãy số bị chặn dưới ☐

(d) Dãy số đã cho là dãy số không tăng, không giảm ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	Đ	S

Câu 8. Cho dãy số $u_1 = 2, u_n = u_{n-1} - 3$

(a) Dãy số đã cho là dãy số tăng ☐

(b) Dãy số dã cho là dãy số giảm ☐

(c) Dãy số đã cho là dãy số bị chặn trên ☐

(d) Dãy số đã cho là dãy số không tăng, không giảm ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	Đ	S

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 9. Cho dãy số

$$u_1 = 1, u_n = u_{n-1} - 2$$

Trong các số sau đây số nào là số hạng của dãy số:

(a) 2 ; (b) -9;

(c) 9; (d) 17.

Trả lời. (b).

Câu 10. Cho dãy số

$$u_1 = 1, u_n = u_{n-1} - 2$$

Số hạng thứ năm của dãy số là :

(a) -3 ; (b) -9;

(c) -7; (d) -11.

Trả lời. (c).

Câu 11. Cho dãy số

$$u_1 = 1, u_n = u_{n-1} + 2$$

Trong các số sau dây số nào là số hạng của dãy số:

(a) -2 ; (b) -9;

(c) 9; (d) -17.

Trả lời. (c).

Câu 12. Cho dãy số

$$u_1 = 1, u_n = u_{n-1} + 2$$

Trong các số sau dây số nào là số hạng thứ năm của dãy số:

(a) 3; (b) 5

(c) 7; (d) 9.

Trả lời. (c).

Câu 13. Cho dãy số

$$u_1 = 1, u_n = 2u_{n-1}$$

Trong các số sau dây số nào là số hạng của dãy số:

(a) -8; (b) -16;

(c) 8; (d) -16.

Trả lời. (c).

Câu 14. Cho dãy số

$$u_1 = 2, u_n = -3u_{n-1}$$

Trong các số sau đây số nào là số hạng thứ năm của dãy số:

(a) -162; (b) 162

(c) 81; (d) -81.

Trả lời. (a).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 9. *Hướng dẫn.* Sử dụng các công thức số hạng tổng quát của dãy số:
GV gọi ba HS lên bảng và cho điền vào ô trống sau :

a)

n	1	2	3	4	5
$u_n = \dfrac{2n^2 - 3}{n}$					

b)

n	1	2	3	4	5
$u_n = \sin^2\dfrac{n\pi}{4} + \cos\dfrac{2n\pi}{3}$					

c)

n	1	2	3	4	5
$u_n = (-1)^n \sqrt{4^n}$					

Bài 10. *Hướng dẫn.* Sử dụng số hạng tổng quát của dãy số cho bởi công thức truy hồi.

a) Điền vào ô trống sau :

n	1	2	3	4	5
u_n					

b)

n	1	2	3	4	5
u_n					

Bài 11. *Hướng dẫn.* Đây là bài toán thực tế, GV yêu cầu HS đọc kĩ đề bài và lập dãy số.

GV và HS tự giải.

Đáp số. $u_{n+1} = A_{n+1}B_{n+1} = = \sqrt{(u_n - 1)^2 + 1}$

Bài 12. *Hướng dẫn.* Dựa vào phương pháp quy nạp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh công thức tổng quát của dãy số đúng với n = 1. **Câu hỏi 2** Hãy chứng minh bài toán trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, ta có $u_1 = 1 = 2^{1+1} - 3$. Công thức đúng khi $n = 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_{k+1} = 2u_k + 3 = 2.(2^{k+1} - 3) + 3$ $= 2^{(k+1)+1} - 3$. Từ các chứng minh trên suy ra (1) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Bài 13. *Hướng dẫn.* Dựa vào định nghĩa dãy số tăng và dãy số giảm.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $u_{n+1} - u_n = 3n^2 - 4n + 3 > 0$

Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Kết luận.	Dãy số tăng.

Câu b, câu c, HS giải tương tự.

Bài 14. *Hướng dẫn.* Dựa vào định nghĩa dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $u_{n+1} - u_n$ $= \frac{5}{3}\left(\frac{1}{3n+5} - \frac{1}{3n+2}\right) < 0.$
Câu hỏi 2 Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** (u_n) là một dãy số giảm. Ta có $u_n = \frac{2}{3} + \frac{5}{3(3n+2)}$ Từ đó suy ra $\frac{2}{3} < u_n \leq 1 \quad \forall n \geq 1$. Do đó (u_n) là một dãy số bị chặn.

Luyện tập
(tiết 5)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn tập lại kiến thức của hai bài đã học : Phương pháp quy nạp toán học và dãy số. Đặc biệt là bài dãy số, thông qua các bài tập nhằm củng cố lại các kiến thức :

- Định nghĩa và các phương pháp cho dãy số.
- Dãy số tăng và dãy số giảm.

  Dãy số bị chặn.

2. Kĩ năng

Khắc sâu thêm việc xét hiệu $u_{n+1} - u_n$ và thương $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ để xét tính tăng, giảm của dãy số.

Phương pháp phân tích thành tổng để chứng minh dãy số bị chặn.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

  Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

  Biết phân biệt hình thức và nội dung bài toán.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị phấn màu và một dụng đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức hai bài đã học

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY – HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Hãy cho ví dụ về :

a) Dãy số tăng.

b) Dãy số giảm.

c) Dãy số bị chặn.

d) Dãy số không tăng, không giảm.

Câu hỏi 2

Dãy số không tăng thì là dãy số giảm. Đúng hay sai?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 15. Bài này, nhằm hướng HS đến bài sau, tuy nhiên GV nên cho HS phân tích kĩ bài tập về : Công thức tổng quát và truy hồi của dãy số.

a) GV gọi HS điền vào các ô trống sau :

n	1	2	3	4	5	6
u_n						

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Với n = 1, công thức đúng	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, ta có $u_1 = 3 = 5.1 - 2$.

không? **Câu hỏi 2** Hãy chứng minh công thức bằng quy nạp.	Công thức đúng khi $n = 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_{k+1} = u_k + 5 = 5k - 2 + 5$ $= 5(k + 1) - 2$. Từ các chứng minh trên suy ra công thức đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Bài 16. Bài này, nhằm củng cố phương pháp chứng minh dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn.

a) GV gọi HS điền vào các ô trống sau :

n	1	2	3	4	5	6
u_n						

Bảng trên cho hình ảnh về dãy số trên là dãy số tăng. Tuy nhiên ta phải chứng minh nhận định này.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$. **Câu hỏi 2** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_{n+1} - u_n = (n + 1).2^n > 0 \quad \forall n \geq 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Dãy số tăng.

b) Chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Với n = 1, công thức đúng không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, ta có $u_1 = 1$ $= 1 + (1 - 1).2^1$

Câu hỏi 2 Hãy chứng minh công thức bằng quy nạp.	Công thức đúng khi $n = 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_{k+1} = u_k + (k+1).2^k$ $= 1 + (k-1).2^k + (k+1).2^k$ $= 1 + k.2^{k+1}$ Từ các chứng minh trên suy ra công thức đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Bài 17. Bài này, nhằm củng cố về dãy số, đặc biệt là dãy số không đổi.

a) GV gọi HS điền vào các ô trống sau :

n	1	2	3	4	5	6
u_n						

Bảng trên cho hình ảnh về dãy số trên là dãy số không đổi. Tuy nhiên ta phải chứng minh nhận định này.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Với n = 1, công thức đúng không? **Câu hỏi 2** Hãy chứng minh $u_n = 1$ với mọi n.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, ta có $u_1 = 1$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** GV cho HS chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Bài 18. Bài này, nhằm giới thiệu cho học sinh một loại dãy số đặc biệt – Dãy số tuần hoàn.

a) GV gọi HS điền vào các ô trống sau :

n	1	2	3	4	5	6
s_n						

Bảng trên cho hình ảnh về dãy số trên là dãy số tuần hoàn, đặc biệt giữa s_1 và s_3; giữa s_n và s_{n+3}. Tuy nhiên ta phải chứng minh nhận định này.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính s_{n+3}.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $s_{n+3} = \sin[4(n+3)-1]\frac{\pi}{6}$ $= \sin[4n-1+12]\frac{\pi}{6}$ $= \sin\left[(4n-1)\frac{\pi}{6}+2\pi\right] = \sin(4n-1)\frac{\pi}{6}$ $= s_n$
Câu hỏi 2 Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $s_n = s_{n+3}$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Trong 15 số hạng đầu, những số hạng nào bằng nhau?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $s_1 = s_4 = s_7 = s_{10} = s_{13}$, $s_2 = s_5 = s_8 = s_{11} = s_{14}$, $s_3 = s_6 = s_9 = s_{12} = s_{15}$.
Câu hỏi 2 Tính tổng 15 số hạng đầu tiên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $S_{15} = 5\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right) = 0$.

§3. Cấp số cộng
(tiết 6, 7)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

• Định nghĩa cấp số cộng, xác định công sai, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số cộng.

Cách tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

• Một số tính chất của cấp số cộng.

2. Kĩ năng

- Sau khi học xong bài này, HS cần tính được các số hạng, công sai của cấp số cộng.

• Giải được một số dạng toán về cấp số cộng.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

• Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

• Chuẩn bị phấn màu, và một dụng dồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức hai bài đã học

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục 3.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY – HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Xét tính tăng giảm của dãy số sau đây.

a) $u_n = u_{n-1} + 12$.

b) $u_n = u_{n-1} - 7$

Câu hỏi 2

Nhận xét gì về các số hạng liền kề nhau của dãy số tự nhiên lẻ ?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Định nghĩa

Hãy quan sát hai dãy số cho trong câu hỏi 1.

Trong dãy số câu a) hãy điền vào ô trống sau :

$u_2 - u_1$	$u_3 - u_2$	$u_4 - u_3$	$u_5 - u_4$	$u_6 - u_5$	$u_7 - u_6$

Trong dãy số câu b) hãy điền vào ô trống sau :

$u_2 - u_1$	$u_3 - u_2$	$u_4 - u_3$	$u_5 - u_4$	$u_6 - u_5$	$u_7 - u_6$

H1. Hãy nhận xét các hiệu ở mỗi câu trên.

H2. Mỗi dãy số trên là một cấp số cộng. Hãy nêu khái niệm về cấp số cộng.

• GV nêu định nghĩa trong SGK :

Cấp số cộng *là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó và một số d không đổi, nghĩa là*

(u_n) *là cấp số cộng* $\Leftrightarrow \forall n \geq 2,\ u_n = u_{n-1} + d.$

Số d được gọi là ***công sai*** *của cấp số cộng.*

H3. Trong mỗi câu trên, công sai bằng bao nhiêu?

H4. Một cấp số cộng có thể có 2 công sai được không?

• GV nêu ví dụ 1 và cho HS lấy thêm một vài ví dụ về cấp số cộng.

• Thực hiện **H1** trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy so sánh : $u_2 - u_1, u_3 - u_2, u_4 - u_3, u_5 - u_4$ ở câu a)	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Các hiệu này bằng nhau và bằng 3. Dãy trên là cấp số cộng.
Câu hỏi 2 Hãy so sánh : $u_2 - u_1, u_3 - u_2, u_4 - u_3, u_5 - u_4$ ở câu b).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Dãy số đã cho không là cấp số cộng. Vì các hiệu trên không bằng nhau.

• GV nêu định nghĩa

Cấp số cộng *là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d.*

Số d được gọi là ***công sai*** *của cấp số cộng.*

Nếu (u_n) *là cấp số cộng với công sai d, ta có công thức truy hồi*

$u_{n+1} = u_n + d$ với $n \in \mathbb{N}^*$

Đặc biệt khi $d = 0$ *thì cấp số cộng là một* ***dãy số không đổi*** *(tất cả các số hạng đều bằng nhau).*

H5. Hãy so sánh $u_3 - u_1$ và d.

H6. Hãy so sánh $u_n - u_1$ và d.

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 1

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh dãy trên là cấp số cộng.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Vì $-3 = 1 + (-4)$; $-11 = -7 + (-4)$; $-7 = -3 + (-4)$; $-15 = -11 + (-4)$ nên theo định nghĩa, dãy số 1, −3, −7, −11, −15 là một cấp số cộng với công sai $d = -4$.
Câu hỏi 2 Hãy viết tiếp năm số hạng nữa của cấp số cộng.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự viết.

H7. Cấp số cộng là một dãy số. Đúng hay sai ?

H8. Dãy số không đổi là cấp số cộng. Đúng hay sai ?

H9. Một dãy đan dấu có thể là cấp số cộng được không ?

HOẠT ĐỘNG 2

2. Tính chất

H10. Hãy cho một cấp số cộng bất kì

• GV đặt vấn đề : Với cấp số cộng ở H6, hãy so sánh các số ở mỗi cột

$u_3 - u_1$	$u_4 - u_2$	$u_5 - u_3$	$u_6 - u_4$	$u_7 - u_5$
u_2	u_3	u_4	u_5	u_6

•GV phát biểu định lí 1:

Nếu (u_n) là một cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$$

H11. Hãy chứng minh định lí 1.

• Thực hiện **H2** trong 3'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính u_2. **Câu hỏi 2** Tính u_4.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_2 = \frac{1}{2}(u_1 + u_3) = \frac{1}{2}(-1 + 3) = 1.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_4 = 2u_3 - u_2 = 2 . 3 - 1 = 5.$

HOẠT ĐỘNG 3

3. Số hạng tổng quát của cấp số cộng

• GV đặt vấn đề : Cho một cấp số cộng, hãy tìm các số hạng theo u_1 và d.

• GV nêu định lí 2:

Nếu một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức sau :

$$u_n = u_1 + (n - 1)d.$$

H12. Hãy chứng minh định lí trên.

• Thực hiện **H3** trong 3'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Để tính u_{31} ta áp dụng định	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta áp dụng định lí 2.

lí nào ? **Câu hỏi 2** Tính u_{31}	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_{31} = u_1 + 30d = 13 + 30.(-3)$ $= -77.$

• GV nêu ví dụ 2 và hướng dẫn HS giải ví dụ này.

HOẠT ĐỘNG 4

4. Tổng n số hạng đầu của cấp số cộng

• GV đặt vấn đề dựa vào bảng trong SGK.

H13. Tính tổng ở mỗi cột.

• GV nêu định lí 3 :

Giả sử (u_n) là một cấp số cộng. Với mỗi số nguyên dương n, gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó ($S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$).

Khi đó, ta có $$S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}$$

• GV nêu ví dụ 2 và hướng dẫn HS giải ví dụ này.

• GV nêu chú ý :

Từ định lí 2 và định lí 3, dễ dàng suy ra $\forall n \geq 1$,

$$S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}.$$

H14. Hãy chứng minh nhận định trên

• Thực hiện **H4** trong 3'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Để tính s_{17} ta áp dụng định lí nào ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta áp dụng định lí 3.

Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2
Tính s_{17}	$S_{17} = \frac{17[2u_1 + (17-1)d]}{2}$ $= \frac{17[2.(-2) + 16.2]}{2} = 238.$

• Thực hiện **H5** trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Theo phương án 1, hãy tính lương tổng trong n năm. **Câu hỏi 2** Theo phương án 2, hãy tính lương tổng trong n năm. **Câu hỏi 3** So sánh hai phương án.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $T_1 = \frac{n[2.36 + (n-1).3]}{2}$ $= \frac{3n(n + 23)}{2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $T_2 = \frac{4n[2.7 + (4n-1).0,5]}{2}$ $= 2n(2n + 13,5).$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $T_1 - T_2 = \frac{5n}{2}(3-n).$ $T_1 - T_2 \geq 0 \Leftrightarrow n \leq 3$ và $T_1 - T_2 < 0 \Leftrightarrow n > 3.$ Từ đó HS nêu kết luận.

• Một số câu hỏi củng cố:

Chọn đúng sai mà em cho là hợp lí.

H15. Cho cấp số cộng có $u_1 = 3$, $u_2 = 7$ khi đó $d = 4$.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H16. Cho cấp số cộng có $u_1 = 3$, $u_3 = 7$ khi đó d = 4.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H17. Cho cấp số cộng có $u_1 = 3$, $u_3 = 7$ khi đó d = 2.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H18. Cho cấp số cộng có $u_1 = 3$, $u_2 = -7$ khi đó d = 4.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H19. Cho cấp số cộng có $u_1 = 3$, $u_2 = -7$ khi đó d = -10.

(a) Đúng ; (b) Sai.

HOẠT ĐỘNG 5

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. **Cấp số cộng** là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó và một số d không đổi, nghĩa là

$$(u_n) \text{ là cấp số cộng} \Leftrightarrow \forall n \geq 2, \quad u_n = u_{n-1} + d.$$

Số d được gọi là **công sai** của cấp số cộng.

2. Nếu (u_n) là một cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là $u_k = \dfrac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$.

3. Giả sử (u_n) là một cấp số cộng. Với mỗi số nguyên dương n, gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó ($S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$).

Khi đó, ta có $S_n = \dfrac{(u_1 + u_n)n}{2}$.

4. $S_n = \dfrac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}$

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1. Cho cấp số cộng có công sai $d > 0$.

(a) Cấp số cộng là một dãy số tăng ☐

(b) Cấp số cộng là một dãy số giảm ☐

(c) Cấp số cộng là một dãy số không tăng không giảm ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	S

Câu 2. Cho cấp số cộng có công sai $d < 0$.

(a) Cấp số cộng là một dãy số tăng ☐

(b) Cấp số cộng là một dãy số giảm ☐

(c) Cấp số cộng là một dãy số không tăng không giảm ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	S

Câu 3. Cho cấp số cộng có công sai $d = 0$.

(a) Cấp số cộng là một dãy số tăng ☐

(b) Cấp số cộng là một dãy số giảm ☐

(c) Cấp số cộng là một dãy số không tăng không giảm ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	S

Câu 4 Cho cấp số cộng

(a) $u_1 + u_{10} = u_2 + u_9$ ☐

(b) $u_2 + u_{10} = u_3 + u_9$ ☐

(c) $u_1 + u_{100} = u_2 + u_{99}$ ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	S

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 5. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, công sai $d = 2$ khi đó u_{10} bằng :

(a) 10 ; (b) 11;

(c) 15; (d)13.

Trả lời. (c).

Câu 6. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, công sai $d = 3$ khi đó u_{10} bằng :

(a) 23 ; (b) 24;

(c) 25; (d) 26

Trả lời. (d).

Câu 7. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, công sai $d = -3$ khi đó u_{10} bằng :

(a) 23 ; (b) 24;

(c) 25; (d) -30.

Trả lời. (d).

Câu 8. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, công sai $d = -3$ khi đó u_{100} bằng :

(a) -303 ; (b) -300;

(c) -306; (d) -309.

Trả lời. (b).

Câu 9. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, công sai $d = -3$ khi đó S_{10} bằng :

(a) -165 ; (b) -166;

(c) -160; (d) -157.

Trả lời. (a).

Câu 10. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, công sai $d = 3$ khi đó S_{10} bằng :

(a) 105 ; (b) 108;

(c) 102; (d) 111.

Trả lời. (a).

HOẠT ĐỘNG 7

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 19. *Hướng dẫn*

Sử dụng định nghĩa cấp số cộng. Phương pháp chung là xét hiệu $d = u_{n+1} - u_n$.

Nếu d là hằng số thì dãy số là cấp số cộng.

Nếu $d = f(n)$ thì dãy số không là cấp số cộng.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $u_{n+1} - u_n$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $u_{n+1} - u_n$ $= 19(n + 1) - 5 - (19n - 5) = 19$.
Câu hỏi 2 HS kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 19$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $u_{n+1} - u_n$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $u_{n+1} - u_n$ $= a(n + 1) + b - (an + b) = a$
Câu hỏi 2 HS kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = a$.

Bài 20. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa cấp số cộng. Phương pháp chung là xét hiệu $d = u_{n+1} - u_n$. Nếu d là hằng số thì dãy số là cấp số cộng.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định dãy số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_n = \frac{1}{2}\left(\pi\frac{OA_n^2}{4} - \pi\frac{OA_{n-1}^2}{4}\right)$

Câu hỏi 2 Tính $u_{n+1} - u_n$.	$= \frac{\pi}{8}[n^2 - (n-1)^2] = \frac{(2n-1)\pi}{8}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_{n+1} - u_n = \frac{(2n+1)\pi}{8} - \frac{(2n-1)\pi}{8}$ $= \frac{\pi}{4} \quad \forall n \geq 1$. Do đó (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = \frac{\pi}{4}$.

Bài 21. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số cộng.

HS tự giải.

Bài 22. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số cộng. Các định lí 1, định lí 2 và định lí 3.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định u_2. **Câu hỏi 2** Hãy xác định u_4. **Câu hỏi 3** Hãy xác định u_3. **Câu hỏi 4** Hãy xác định u_5 và u_1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $28 = u_1 + u_3 = 2u_2 \Rightarrow u_2 = 14$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $40 = u_3 + u_5 = 2u_4 \Rightarrow u_4 = 20$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $2u_3 = u_2 + u_4 = 34 \Rightarrow u_3 = 17$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_1 = 28 - u_3 = 11$ và $u_5 = 40 - u_3 = 23$.

Bài 23. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số cộng. Các định lí 1, định lí 2 và định lí 3.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định d. **Câu hỏi 2** Hãy xác định công thức tổng quát của dãy số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $6 = u_1 - u_3 = u_1 - (u_1 + 2d)$ $= -2d$. Suy ra $d = -3$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_n = 5 - 3n$.

Bài 24. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số cộng, định lí 2.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy chứng minh $u_m = u_k + (m - k)d$. **Câu hỏi 2** Hãy tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) mà $u_{18} - u_3 = 75$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_m = u_1 + (m - 1)d$ $= u_1 + (k - 1)d + (m - k)d$ $= u_k + (m - k)d$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $75 = u_{18} - u_3 = 15d \Rightarrow d = 5$.

Bài 25. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số cộng, định lí 2.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định d. **Câu hỏi 2**	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $-145 = u_{51} = u_{20} + 31d = -52 + 31d$. Suy ra $d = -3$.

Hãy xác định công thức tổng quát của dãy số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_n = 5 + (n-1).(-3)$ hay $u_n = -3n + 8$.

Bài 26. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số cộng.

HS tự giải. Chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Bài 27. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số cộng, định lí 2.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy lập công thức tính s_{23}.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $S_{23} = \frac{23(u_1 + u_{23})}{2}$.
Câu hỏi 2 Tính s_{23}.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_1 = u_2 - d$ và $u_{23} = u_{22} + d$. Từ đó ta có $s_{23} = \frac{23(u_2 + u_{22})}{2} = \frac{23.60}{2}$ $= 23 . 30 = 690$.

Bài 28. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số cộng, tính chất tổng ba góc của tam giác.

HS tự giải.

§4. Cấp số nhân
(tiết 8, 9)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

• Định nghĩa cấp số nhân, xác định công bội, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số nhân.

Cách tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

Một số tính chất của cấp số nhân.

2. Kĩ năng

Sau khi học xong bài này HS cần tính được các số hạng, công bội của cấp số nhân.

• Giải được một số dạng toán về cấp số nhân.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị phấn mà và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức ba bài đã học

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục 3.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết Hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY – HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Xét tính tăng giảm của dãy số sau đây.

a) $u_n = 3u_{n-1}$

b) $u_n = -5u_{n-1}$.

Câu hỏi 2

Nhận xét gì về các số hạng liền kề nhau của dãy số tự nhiên chẵn ?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Định nghĩa

• GV nêu bài toán :

Cho HS tự thiết lập công thức tổng quát của dãy số.

$u_n = u_{n-1} + u_{n-1} \times 0{,}004 = u_{n-1} \times 1{,}004 \quad \forall n \geq 2.$

H1. Hãy nêu định nghĩa cấp số nhân.

• GV nêu định nghĩa :

> ***Cấp số nhân*** *là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tích của số hạng đứng ngay trước nó và một số q không đổi, nghĩa là*
>
> (u_n) *là cấp số nhân* $\Leftrightarrow \forall n \geq 2, \ u_n = u_{n-1} \cdot q.$
>
> *Số q được gọi là* ***công bội*** *của cấp số nhân.*

H2. Nêu một vài ví dụ về cấp số nhân.

• GV nêu ví dụ 1 và cho HS tự kết luận các dãy số trong ví dụ 1 là những cấp số nhân.

• Thực hiện H1 trong 4'

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính $\frac{u_2}{u_1}, \frac{u_3}{u_2}, \frac{u_4}{u_3}$ **Câu hỏi 2** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** các tỉ số trên bằng $\frac{3}{2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Dãy số đã cho là một cấp số nhân.

b) Dãy số đã cho không là một cấp số nhân.

c) Dãy số đã cho là một cấp số nhân ; vì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với 0.

• GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 2

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính v_n qua v_{n-1}. **Câu hỏi 2** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $v_n = u_n - \frac{1}{2} = 3u_{n-1} - 1 - \frac{1}{2}$ $= 3(u_{n-1} - \frac{1}{2}) = 3v_{n-1}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** GV cho HS kết luận.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Tính chất

• GV nêu vấn đề :

Hãy lấy một cấp số nhân bất kì.

Sau đó so sánh các số trong mỗi cột của bảng sau:

u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
$u_3.u_1$	$u_4.u_2$	$u_5.u_3$	$u_6.u_4$	$u_7.u_5$

• GV cho HS nhận xét và đưa ra định lí 1:

Nếu (u_n) là một cấp số nhân thì kể từ số hạng thứ hai, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số nhân hữu hạn) bằng tích của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là

$$u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1}.$$

H3. Hãy chứng minh định lí 1.

• Thực hiện **H2** trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính u_{100}^2.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_{100}^2 = u_{99}.u_{101} = (-99)\ \ 101 < 0.$
Câu hỏi 2 Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Không tồn tại.

• GV nêu ví dụ 2 và cho S tự giải. GV có thể lấy một ví dụ khác tương tự.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Số hạng tổng quát

• GV nêu định lí 2:

Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$ thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức

$$u_n = u_1.q^{n-1}$$

• GV cho HS thực hiện ví dụ 4

H4. Tính u_6.

H5. Tính u_{12}.

• Thực hiện **H3** trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định công thức tổng quát của cấp số nhân. **Câu hỏi 2** Tính u_2.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_n = 3.10^6.(1 + 0,002)^n$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_2 = 3.10^6.(1,002)^2 = 3\ 012\ 012$ (người).

HOẠT ĐỘNG 4

4. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân

• GV nêu định lí 3 :

Nếu (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q \neq 1$ thì S_n được tính theo công thức $S_n = \dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q}$

H6. Hãy chứng minh định lí 3.

• GV nêu ví dụ 5 và cho HS thực hiện. GV có thể thay bởi ví dụ khác.

• Phần đố vui, GV cho các nhóm thảo luận rồi cho đại diện mỗi nhóm nêu kết quả.

• Một số câu hỏi củng cố:

Chọn đúng sai mà em cho là hợp lí.

H8. Cho cấp số nhân có $u_1 = 3$, $u_2 = 7$ khi đó $q = \frac{7}{3}$

(a) Đúng ; (b) Sai.

H9. Cho cấp số nhân có $u_1 = 3$, $u_2 = 7$ khi đó $q = \frac{3}{7}$.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H10. Cho cấp số nhân có $u_1 = 3$, $u_3 = 27$ khi đó $q = 3$.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H11. Cho cấp số nhân có $u_1 = 3$, $u_3 = 27$ khi đó $q = -3$

(a) Đúng ; (b) Sai.

H12. Cho cấp số nhân có $u_1 = 3$, $u_3 = 27$ khi đó $q = -3$ hoặc 3.

(a) Đúng ; (b) Sai.

HOẠT ĐỘNG 5

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. **Cấp số nhân** là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tích của số hạng đứng ngay trước nó và một số q không đổi, nghĩa là (u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow \forall n \geq 2$, $u_n = u_{n-1} \cdot q$.

Số q được gọi là **công bội** của cấp số nhân.

2. Nếu (u_n) là một cấp số nhân thì kể từ số hạng thứ hai, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số nhân hữu hạn) bằng tích của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$.

3. Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$ thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức $u_n = u_1.q^{n-1}$

4. Nếu (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q \neq 1$ thì S_n được tính theo công thức

$$S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}.$$

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1. Cho cấp số nhân có công bội q >1

(a) Cấp số nhân là một dãy số tăng ☐

(b) Cấp số nhân là một dãy số giảm ☐

(c) Cấp số nhân là một dãy số không tăng không giảm ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	S

Câu 2. Cho cấp số nhân có công bội $0 < q < 1$

(a) Cấp số nhân là một dãy số tăng ☐

(b) Cấp số nhân là một dãy số giảm ☐

(c) Cấp số nhân là một dãy số không tăng không giảm ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	S

Câu 3. Cho cấp số nhân có công bội q = 1.

(a) Cấp số nhân là một dãy số tăng ☐

(b) Cấp số nhân là một dãy số giảm ☐

(c) Cấp số nhân là một dãy số không tăng không giảm ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	S

Câu 4 . Cho cấp số nhân

(a) $u_1.u_{10} = u_2.u_9$ ☐

(b) $u_2.u_{10} = u_3.u_9$ ☐

(c) $u_1.u_{100} = u_2.u_{99}$ ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	S

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 5. Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, công bội $q = 2$ khi đó u_{10} bằng :

(a) 2^{10} ; (b) $-3 \quad 2^{10}$;

(c) 2^9; (d) -3.2^9

Trả lời. (d).

Câu 6. Cho cấp số nhân có $u_1 = 3$, công bội $q = -2$ khi đó u_{10} bằng :

(a) 2^{10} ; (b) $-3\ \ 2^{10}$;

(c) 2^9; (d) -3.2^9.

Trả lời. (d).

Câu 7. Cho cấp số nhân có $u_1 = 1$, công bội $q = 2$ khi đó u_{10} bằng :

(a) 2^{10} ; (b) $-3\ .\ 2^{10}$;

(c) 2^9; (d) -3.2^9

Trả lời. (c).

Câu 8. Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$ khi đó u_{10} bằng

(a) 2^{10} ; (b) $-3\ .\ 2^{10}$;

(c) 2^9; (d) -3.2^9

Trả lời. (d).

Câu 9 Cho cấp số nhân có $u_1 = 0$, công bội $q = -2$ khi đó u_{10} bằng :

(a) 0 ; (b) $-3\ \ 2^{10}$;

(c) 2^9; (d) -3.2^9

Trả lời. (a).

Câu 10. Cho cấp số nhân có $u_1 = -1$, công bội $q = 1$ khi đó u_{10} bằng :

(a) -1 ; (b) -2^{10};

(c) 2^9; (d) -2^9

Trả lời. (a).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 29. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa của cấp số nhân.

Sử dụng định nghĩa cấp số cộng. Phương pháp chung là xét tỉ số $k = \frac{u_{n+1}}{u_n}$

Nếu k là hằng số thì dãy số là cấp số nhân.

Nếu $k = f(n)$ thì dãy số không là cấp số nhân.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ **Câu hỏi 2** HS kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Dãy số là cấp số nhân có $u_1 = 1$, $q = -2$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ **Câu hỏi 2** HS kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{6(n+1)}{n}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Dãy số không phải là cấp số nhân.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\frac{v_{n+1}}{v_n}$. **Câu hỏi 2** HS kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{(-1)^{n+1}.3^{2(n+1)}}{(-1)^n.3^{2n}} = -9.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** (v_n) là một cấp số nhân với công bội $q = -9$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\frac{x_{n+1}}{x_n}$ **Câu hỏi 2** HS kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{(-4)^{2n+3}}{(-4)^{2n+1}} = 16.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** (x_n) là một cấp số nhân với công bội $q = 16$.

Bài 30. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số nhân.

HS tự giải.

Bài 31. *Hướng dẫn.* Sử dụng định lí 1.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định u_3.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_3^2 = u_2.u_4 = 4.9 = 36 \Rightarrow u_3 = -6.$

Câu hỏi 2 Hãy xác định u_1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $4^2 = u_2^2 = u_1 . u_3 = -6u_1 \Rightarrow u_1 = -\frac{8}{3}$ GV có thể cho HS tính q.

Bài 32. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số nhân.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định u_2. **Câu hỏi 2** Hãy xác định u_4 **Câu hỏi 3** Hãy xác định u_3. **Câu hỏi 4** Hãy xác định u_5, u_3 và u_1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $1 = u_1 . u_3 = u_2^2 \Rightarrow u_2 = 1.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{1}{16} = u_3 . u_5 = u_4^2 \Rightarrow u_4 = \frac{1}{4}.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $u_3^2 = u_2 . u_4 = \frac{1}{4} \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $u_1 = \frac{1}{u_3} = 2$ và $u_5 = \frac{1}{16} : u_3 = \frac{1}{8}.$

Bài 33. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số nhân. Định lí 2.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định u_m. **Câu hỏi 2** Hãy áp dụng để tính toán	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_m = u_1 . q^{m-1} = u_1 . q^{k-1} . q^{m-k} = u_k . q^{m-k}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** a) $-686 = u_7 = u_4 . q^3 = 2 . q^3$ $\Rightarrow q^3 = -343 \Rightarrow q = -7.$

	b) Không tồn tại ; vì nếu ngược lại thì cấp số nhân (u_n) sẽ có công bội q mà $q^{20} = \frac{u_{22}}{u_2} = \frac{-2000}{5} < 0.$

Bài 34. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số nhân. Định lí 2.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định q. **Câu hỏi 2** Hãy xác định số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số nhân.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $q^3 = \frac{u_6}{u_3} = \frac{135}{-5} = -27 \Leftrightarrow q = -3.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $-5 = u_3 = u_1.q^2 = 9u_1 \Leftrightarrow u_1 = -\frac{5}{9}$ $u_n = -\frac{5}{9}(-3)^{n-1} = -5.(-3)^{n-3}$

Bài 35. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số nhân. Định lí 2.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Theo đầu bài ta cần tính số hạng thứ bao nhiêu? **Câu hỏi 2** Tính u_{53}.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta cần tính u_{53}. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_{53} = 10 . \left(\frac{1}{2}\right)^{52} \approx 2{,}22044.10^{-15}$ $\approx 2{,}22. 10^{-15}$ (gam).

Bài 36. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số nhân.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định q. **Câu hỏi 2** Tính S.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $q = 54 : 18 = 3$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $S = 18 . \frac{1 - 3^8}{1 - 3} = 59\,040.$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định q. **Câu hỏi 2** Tính S.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $q = -\frac{1}{2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $S = \frac{1}{256} \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{13}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)}$ $= \frac{2731}{2^{20}} = \frac{2731}{1\,048\,576}$

Bài 37. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số nhân. Tổng các góc của một tứ giác.

HS tự giải.

Luyện tập
(tiết 10, 11)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn tập lại kiến thức 2 bài cấp số cộng và cấp số nhân

Định nghĩa cấp số cộng, cấp số nhân, xác định công sai, công bội, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số cộng và tương ứng cấp số nhân.

Cách tính tổng n số hạng đầu tiên .

Một số tính chất .

2. Kĩ năng

Sau khi học xong bài này HS cần tính được các số hạng, số hạng tổng quát của cấp số cộng và cấp số nhân.

Giải được một số dạng toán về cấp số.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức ba bài đã học

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Ôn tập một chút lí thuyết và chữa các bài từ 38 đến 40

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Xét tính tăng giảm của dãy số sau đây.

a) Cấp số cộng có d âm.

b) Cấp số cộng có d dương

Câu hỏi 2

Xét tính tăng giảm của dãy số sau đây.

a) Cấp số nhân có $q > 1$.

b) Cấp số nhân có $0 < q < 1$.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 38. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa cấp số cộng và cấp số nhân.

HS tự giải.

Đáp số . b) đúng.

Bài 39. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa cấp số cộng, cấp số nhân và các tính chất của chúng.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định công thức về mối quan hệ giữa x và y.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Vì các số $x + 6y, 5x + 2y, 8x + y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng nên $2(5x + 2y) = (x + 6y) + (8x + y)$ hay $x = 3y$.

Câu hỏi 2 Từ tính chất của cấp số nhân, hãy tìm x và y	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì các số $x-1, y+2, x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân nên $(y+2)^2 = (x-1)(x-3y)$. Thế (1) vào (2), ta được $(y+2)^2 = 0$ hay $y=-2$. Từ đó $x=-6$.

Bài 40. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa cấp số cộng, cấp số nhân và các tính chất của chúng.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định công thức về mối quan hệ giữa u_1, u_2 và q.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $u_2u_3 = u_1u_2.q$ và $u_3u_1 = u_1u_2.q^2$. Suy ra $u_3 = u_1q = u_2q^2$ (vì $u_1u_2 \neq 0$). Do đó $u_1 = u_2q$
Câu hỏi 2 Từ tính chất của cấp số cộng, hãy tìm q.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì u_1, u_2, u_3 là một cấp số cộng nên $u_1 + u_3 = 2u_2$. Từ các kết quả trên, suy ra $u_2(q+q^2) = 2u_2 \Leftrightarrow q^2 + q - 2 = 0$ (vì $u_2 \neq 0$) $\Leftrightarrow q = -2$ (vì $q \neq 1$).

Bài 41. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa cấp số cộng, cấp số nhân và các tính chất của chúng.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Các số u_1, u_2, u_3 đôi một khác nhau. **Câu hỏi 2** Tìm mối quan hệ giữa u_1, u_2 và q. **Câu hỏi 3** Hãy tính q.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Đúng do cấp số cộng (u_n) có công sai khác 0. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_1 = u_2q$, $u_3 = u_2q^2$ và $u_1 + u_3 = 2u_2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $u_2(q + q^2) = 2u_2 \Leftrightarrow q^2 + q - 2 = 0$ (vì $u_2 \neq 0$) $\Leftrightarrow q = -2$ (vì $q \neq 1$).

Bài 42. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa cấp số cộng, cấp số nhân và các tính chất của chúng.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Gọi u_1, u_2, u_3 là ba số hạng đầu của cấp số nhân và q là công bội. $u_1 \neq 0$ đúng hay sai. **Câu hỏi 2** Gọi d là công sai của cấp số cộng như bài toán. Hãy tìm mối quan hệ giữa u_1, u_2, q và d. **Câu hỏi 3** Hãy tính ba số hạng đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Đúng vì nếu ngược lại thì $u_2 = u_3 = 0$, và do đó $u_1 + u_2 + u_3 = 0 \neq \frac{148}{9}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Từ các giả thiết của đề bài ta có : $u_2 = u_1q = u_1 + 3d$ và $u_3 = u_2q = u_2 + 4d$. Suy ra $u_1(q - 1) = 3d$, $u_2(q - 1) = 4d$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** HS tự giải.

Bài 43. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa cấp số cộng, cấp số nhân và các tính chất của chúng.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh rằng dãy số (v_n), với $v_n = u_n + 2$, là một cấp số nhân. **Câu hỏi 2** Xác định số hạng đầu và công bội. **Câu hỏi 3** Hãy tìm số hạng tổng quát.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Từ hệ thức xác định dãy số (u_n) suy ra với mọi $n \geq 1$, ta có $u_{n+1} + 2 = 5(u_n + 2)$ hay $v_{n+1} = 5v_n$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $v_1 = u_1 + 2 = 3$ và công bội $q = 5$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $u_n = v_n - 2 = 3 . 5^{n-1} - 2$.

Câu hỏi và bài tập ôn tập chương III
(tiết 12, 13)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Phương pháp quy nạp toán học: Nội dung và các bước trong phương pháp quy nạp.
- Dãy số, dãy số tăng, dãy số giảm, dãy số bị chặn.
- Cấp số cộng.
- Cấp số nhân.

2. Kĩ năng

- Biết cách chứng minh một dãy số tăng, giảm, dãy số bị chặn.
- Biết chứng minh bài toán bằng phương pháp quy nạp toán học.
- Biết cách xác định một cấp số cộng, biết chứng minh một dãy số là cấp số cộng.
- Biết cách xác định một cấp số nhân, chứng minh một dãy số là cấp số nhân.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị một bài kiểm tra.

- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học chương III

Làm bài kiểm tra 1 tiết.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Ôn tập

Tiết 2 : Kiểm tra

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

HOẠT ĐỘNG 1

ÔN TẬP

Kiến thức cần nhớ

1. Phương pháp quy nạp

Để chứng minh mệnh đề chứa biến nguyên dương $A(n)$ là một mệnh đề đúng với mọi số nguyên $n \geq p$ ($p \in \mathbb{N}^*$ cho trước) bằng phương pháp quy nạp, cần thực hiện hai bước sau :

Bước 1 (bước cơ sở). Chứng minh $A(n)$ là một mệnh đề đúng khi $n = p$.

Bước 2 (bước quy nạp). Với k là một số nguyên dương tùy ý lớn hơn hoặc bằng p, xuất phát từ giả thiết $A(n)$ là một mệnh đề đúng khi $n = k$ chứng minh $A(n)$ cũng là một mệnh đề đúng khi $n = k + 1$.

2. Dãy số

a) Các định nghĩa

• Dãy số vô hạn : Là một hàm số xác định trên tập hợp các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$.

• Dãy số hữu hạn : Là một hàm số xác định trên tập hợp m số nguyên dương đầu tiên (m là số nguyên dương cho trước).

• Dãy số tăng : (u_n) là dãy số tăng $\Leftrightarrow \forall n,\ u_{n+1} - u_n > 0.$

• Dãy số giảm : (u_n) là dãy số giảm $\Leftrightarrow \forall n,\ u_{n+1} - u_n < 0.$

- Dãy số không đổi : (u_n) là dãy số không đổi $\Leftrightarrow \forall n,\ u_{n+1} - u_n = 0.$

• Dãy số bị chặn trên : Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn trên nếu tồn tại số M sao cho $u_n \le M \ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$

• Dãy số bị chặn dưới : Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn dưới nếu tồn tại số m sao cho $u_n \ge m \ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$

- Dãy số bị chặn : Là dãy số vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới.

• Cấp số cộng : (u_n) là cấp số cộng $\Leftrightarrow \forall n,\ u_{n+1} = u_n + d$ (d là hằng số và được gọi là công sai).

• Cấp số nhân : (u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow \forall n,\ u_{n+1} = u_n.q$ (q là hằng số và được gọi là công bội).

b) *Các kết quả*

• Định lí về ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng :

$$(u_n) \text{ là cấp số cộng} \Rightarrow u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2} \quad (k \ge 2).$$

• Công thức của số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) :

$$u_n = u_1 + (n-1)d \quad (d \text{ là công sai}).$$

• Công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) :

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \qquad \text{hay} \qquad S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

• Định lí về ba số hạng liên tiếp của cấp số nhân :

$$(u_n) \text{ là cấp số nhân} \Rightarrow u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1} \quad (k \ge 2).$$

• Công thức của số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) :

$$u_n = u_1 . q^{n-1}$$ (q là công bội).

• Công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n):

$$S_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q}.$$

GV đưa ra các câu hỏi sau đây.

Câu hỏi 1

Nêu các bước chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học.

Câu hỏi 2

Những bài toán loại nào có thể chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học.

Câu hỏi 3

Dãy số là gì ? Nêu các phương pháp cho dãy số. Em hãy lấy mỗi phương pháp một ví dụ minh hoạ.

Câu hỏi 4

Nêu khái niệm và tính chất của dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn.

Câu hỏi 5

Một dãy số bị chặn có nhất thiết phải là dãy số đơn điệu hay không?

Câu hỏi 6

Cấp số cộng là gì ? Nêu các tính chất của cấp số cộng.

Câu hỏi 7

Nêu các công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

Câu hỏi 8

Với điều kiện nào của công sai d thì cấp số cộng là dãy số tăng, giảm.

Câu hỏi 9

Cấp số nhân là gì ? Nêu các tính chất của cấp số nhân.

Câu hỏi 10

Nêu các công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

Câu hỏi 11

Với điều kiện nào của công bội q thì cấp số nhân là dãy số tăng, giảm.

HOẠT ĐỘNG 2

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 44. *Hướng dẫn.* Sử dụng phương pháp quy nạp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh công thức đúng với n = 2.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 2$, ta có $1.2^2 = \frac{2.(2^2-1)(3.2+2)}{12}$ Như vậy công đúng khi $n = 2$.
Câu hỏi 2 Chứng minh công thức của bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $1.2^2 + 2.3^2 + ... + (k-1).k^2 + k.(k+1)^2 = \frac{k(k^2-1)(3k+2)}{12} + k.(k+1)^2$ $= \frac{k(k+1)[(k-1)(3k+2)+12(k+1)]}{12}$ $= \frac{k(k+1)(3k^2+11k+10)}{12}$ $= \frac{k(k+1)[3k(k+2)+5(k+2)]}{12}$ $= \frac{(k+1)(k^2+2k)(3k+5)}{12}$ $= \frac{(k+1)[(k+1)^2-1][3(k+1)+2]}{12}$. Điều đó chứng tỏ công thức cũng đúng khi $n = k + 1$.

Bài 45. *Hướng dẫn.* Sử dụng phương pháp quy nạp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh công thức đúng với n = 2.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $n = 1$, theo giả thiết ta có $u_1 = 2 = \frac{2^{1-1}+1}{2^{1-1}}$. Như vậy công đúng khi $n = 1$.
Câu hỏi 2 Chứng minh công thức của bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_{k+1} = \frac{u_k + 1}{2}$ $= \frac{\frac{2^{k-1}+1}{2^{k-1}} + 1}{2} = \frac{2^k+1}{2^k}$. nghĩa là công thức cũng đúng khi $n = k + 1$.

Bài 46. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất và cách cho dãy số.

HS tự giải.

Đáp số. a) $a_n = n + 1$; b) $b_n = \frac{(n-1)^2}{n+1}$;

c) $c_n = \frac{2n(n^2+1)}{(n+1)^2}$; d) $d_n = \frac{n^2+1}{2n}$.

Bài 47. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và tính chất của cấp số cộng và cấp số nhân.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định $u_{n+1} - u_n$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_{n+1} - u_n = 8$.

Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2
Kết luận.	(u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 8$.

Các câu b), c) và d) giải tương tự.

Đáp số.

b) $u_{n+1} - u_n = 2(n + 1) \neq$ const. Suy ra (u_n) không là cấp số cộng.

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2+3n+3}{n^2+n+1} \neq$ const. Suy ra (u_n) không là cấp số nhân.

c) $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 8 \quad \forall n \geq 1$. Suy ra (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q = 8$.

d) Xét tương tự phần b) ta được (u_n) không là cấp số cộng, cũng không là cấp số nhân.

Bài 48. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và tính chất của cấp số cộng và cấp số nhân.

HS giải tương tự.

Đáp số.

a) Đúng ; b) Sai ; c) Đúng ; d) Sai.

Bài 49. *Hướng dẫn.* Đây là bài toán thực tế, GV cho HS đọc và phân tích kĩ các dữ kiện bài toán. Sử dụng định nghĩa và tính chất của cấp số cộng và cấp số nhân.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**
Hãy xác định $p_{n+1} - p_n$.	$p_{n+1} - p_n = 4(u_{n+1} - u_n) = 4d$
	(p_n) là một cấp số cộng.

Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2
Hãy xác định $S_{n+1} - S_n$.	$S_{n+1} - S_n = (u_{n+1} - u_n)(u_{n+1} + u_n) = d(u_{n+1} + u_n)$. (S_n) là một cấp số cộng.

Câu b) giải tương tự.

Đáp số.

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n), $q > 0$. Khi đó với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có

$$\frac{p_{n+1}}{p_n} = \frac{4u_{n+1}}{4u_n} = q \; ; \; \frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{u_{n+1}^2}{u_n^2} = q^2.$$

Từ đó suy ra các dãy số (p_n) và (S_n) là các cấp số nhân.

Bài 50. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và tính chất của cấp số cộng và cấp số nhân.

HS tự giải.

Đáp số.

Bằng phương pháp quy nạp, chứng minh $(u_n) = 3$.

Bài 51. *Hướng dẫn.* Đây là bài toán thực tế, GV cho HS đọc và phân tích kĩ các dữ kiện bài toán. Sử dụng định nghĩa và tính chất của cấp số cộng và cấp số nhân.

HS tự giải.

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA THAM KHẢO

Đề 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Dãy số $(u_n) = 2n + 1$ là cấp số cộng. ☐

(b) Dãy số $(u_n) = 2^n + 1$ là cấp số cộng. ☐

(c) Dãy số $(u_n) = \frac{2}{n} + 1$ là cấp số cộng. ☐

(d) Dãy số $(u_n) = 2n - 1$ là cấp số cộng. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Dãy số $(u_n) = 2^n - 1$ là cấp số nhân. ☐

(b) Dãy số $(u_n) = -2^n - 1$ là cấp số nhân. ☐

(c) Dãy số $(u_n) = 2^n - 3^n$ là cấp số nhân. ☐

(d) Dãy số $(u_n) = 2n - 1$ là cấp số nhân.. ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho cấp số cộng $u_1 = 1$, $d = 3$. Khi đó u_{12} bằng

(a) 33; (b) 34;

(c) 35 ; (d) 36.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho cấp số nhân $u_1 = 1$, $q = 3$. Khi đó u_5 bằng

(a) 83; (b) 84;

(c) 82 ; (d) 86.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Cho cấp số cộng biết $u_{12} = 84$, $u_3 = 6$.

a) Hãy xác định u_1 và d.

b) Tính tổng S_{12}.

Câu 2. Chứng minh dãy $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 3}$ là một dãy bị chặn.

Đề 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Dãy số $(u_n) = 2n^2 + 1$ là cấp số cộng. ☐

(b) Dãy số $(u_n) = 3^n + 1$ là cấp số cộng. ☐

(c) Dãy số $(u_n) = -\frac{2}{n} + 2$ là cấp số cộng. ☐

(d) Dãy số $(u_n) = 5n - 1$ là cấp số cộng. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Dãy số $(u_n) = 2n^2 - 1$ là cấp số nhân. ☐

(b) Dãy số $(u_n) = -3^n - 1$ là cấp số nhân. ☐

(c) Dãy số $(u_n) = 5^n + 3^n$ là cấp số nhân. ☐

(d) Dãy số $(u_n) = 2n$ là cấp số nhân.. ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho cấp số cộng $u_1 = -1$, $d = 2$. Khi đó u_{12} bằng

(a) 31; (b) 21;

(c) 41 ; (d) 11.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho cấp số nhân $u_1 = -1$, $q = -3$. Khi đó u_5 bằng

(a) 83; (b) 84;

(c) -81 ; (d) 86.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Cho cấp số nhân biết $u_{12} = 54$, $u_3 = 6$.

a) Hãy xác định u_1 và q.

b) Tính tổng S_{12}.

Câu 2. Cho dãy số : $u_1 = 2$, $u_n = u_{n-1} + 2u_{n-3}$.

a) Hãy viết năm số hạng đầu tiên của dãy.

b) Chứng minh dãy số là dãy số tăng.

Đề 3

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Dãy số $(u_n) = 2n + 1$ là dãy số tăng. ☐

(b) Dãy số $(u_n) = 2^n + 1$ là dãy số tăng. ☐

(c) Dãy số $(u_n) = \frac{2}{n} + 1$ là dãy số tăng. ☐

(d) Dãy số $(u_n) = 2n - 1$ là dãy số tăng. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Dãy số $(u_n) = 2^n - 1$ là dãy số giảm. ☐

(b) Dãy số $(u_n) = -2^n - 1$ là dãy số giảm. ☐

(c) Dãy số $(u_n) = 2^n - 3^n$ là dãy số giảm. ☐

(d) Dãy số $(u_n) = 2n - 1$ là dãy số giảm. ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho cấp số cộng $u_1 = 1$, $d = 3$. Khi đó S_{12} bằng

(a) 310; (b) 210;

(c) 220 ; (d) 360.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho cấp số nhân $u_1 = 1$, $q = 3$. Khi đó S_5 bằng

(a) 212; (b) 313;

(c) 121 ; (d) 131.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Cho cấp số cộng biết $u_{12} = 80$, $u_3 = -7$

a) Hãy xác định u_1 và d.

b) Tính tổng S_{12}.

Câu 2. Cho cấp số cộng có 5 số hạng. Biết số hạng thứ hai bằng 5 và số hạng thứ tư bằng 9. Hãy tìm các số hạng còn lại.

HƯỚNG DẪN

Đề 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	Đ

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	S

Câu 3. (b), *Câu 4.* (c).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1.

a) Ta có $u_{12} = u_1 + 11d$, $u_3 = u_1 + 2d$. Từ đó ta có $9d = 78$ hay $d = \frac{26}{3}$. Từ đó ta tính được u_1.

b) HS tự giải.

Câu 2. HS tự chứng minh.

Đề 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	S	Đ

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	S	Đ

Câu 3. (b), *Câu 4.* (c).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1.

a) Ta có $u_5 = u_1.q^4$, $u_3 = u_1 q^2$. Từ đó ta có $q^2 = 9$ hay $q = 3$ hoặc $q = -3$.

Với mỗi trường hợp ta tính được u_1.

b) HS tự giải.

Câu 2. HS tự giải.

Đề 3

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	Đ

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	Đ	S

Câu 3. (d), *Câu 4.* (c).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1.

HS tự giải tương tự đề trên

Câu 2. HS tự giải.

Chương IV

GIỚI HẠN

Phần 1

NHỮNG VẤN ĐỀ CỦA CHƯƠNG

I. NỘI DUNG

Nội dung chính của chương IV:

- Giới hạn của dãy số : Định nghĩa giới hạn của dãy số, tổng của cấp số nhân lùi vô hạn, giới hạn vô cực, một số giới hạn đặc biệt.

- Giới hạn của hàm số: Định nghĩa giới hạn của hàm số tại một điểm, các định lí về giới hạn hữu hạn, giới hạn một bên, giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực, giới hạn vô cực của hàm số.

Hàm số liên tục : Định nghĩa hàm số liên tục tại một điểm, hàm số liên tục trên một khoảng, một số định lí cơ bản về hàm liên tục.

II. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên, cụ thể :

Biết tìm giới hạn của dãy số khi n dần tới vô cực, tính được tổng của cấp số nhân lùi vô hạn.

- Biết sử dụng một số tính chất của giới hạn để tìm giới hạn của hàm số.

- Nắm được khái niệm về giới hạn vô cực và tính được các giới hạn đó.

Nắm được khái niệm và tính chất của giới hạn hàm số, hàm số có giới hạn hữu hạn, hàm số có giới hạn vô cực, giới hạn bên phải và giới hạn bên trái, giới hạn vô cực của hàm số.

Hàm số liên tục, khái niệm và tính chất, hàm số liên tục tại một điểm, hàm số liên tục trên một khoảng.

2. Kĩ năng

Vận dụng định nghĩa và tính chất để tính được giới hạn của dãy số, giới hạn của hàm số.

- Chứng minh được hàm số liên tục hoặc không liên tục tại một điểm, trên một khoảng.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực, độc lập và chủ động phát hiện cũng như lĩnh hội kiến thức trong quá trình hoạt động.

Cẩn thận chính xác trong lập luận và tính toán.

Cảm nhận được thực tế của toán học, nhất là đối với tính chất giải tích của giới hạn.

Phần 2

CÁC BÀI SOẠN

A. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

§1. Dãy số có giới hạn 0

(tiết 1)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

• Định nghĩa dãy số có giới hạn 0, một số tính chất của dãy số có giới hạn 0. Một số dãy số có giới hạn 0.

Một số định lí quan trọng có liên quan đến nguyên lí kẹp.

2. Kĩ năng

Vận dụng thành thạo tính chất để chứng minh dãy số có giới hạn 0.

Vận dụng thành thạo các định lí 1 và định lí 2.

3. Thái độ

• Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

• Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

• Chuẩn bị các ví dụ sinh động.

Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở lớp dưới.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY - HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Xét tính tăng, giảm của các dãy số sau đây:

a) $u_n = \frac{3}{n}$;

b) $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Câu hỏi 2

Xét tính bị chặn của các dãy số sau đây:

a) $u_n = \frac{n+1}{n}$;

b) $u_n = \frac{3-4n-n^2}{n^2+2}$.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Định nghĩa dãy số có giới hạn 0

• GV nêu vấn đề :

Dãy số có giới hạn tổng quát $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$

H1. Dãy số tăng, đúng hay sai ?

H2. Dãy số giảm, đúng hay sai ?

H3. Dãy số (v_n) mà $v_n = |u_n|$ là dãy số giảm, đúng hay sai ?

H4. Với n lớn hơn bao nhiêu thì

a) $v_n < 100$; b) $v_n < 1000$;

c) $v_n < 10000$; d) $v_n < 100000$;

e) $v_n < 10^n$

H5. Khi nào $v_n = 0$.

• Thực hiện **H1** trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 n > k thì $v_n < \frac{1}{50}$ Hỏi k bằng bao nhiêu ? **Câu hỏi 2** n > k thì $v_n < \frac{1}{75}$ Hỏi k bằng bao nhiêu ? **Câu hỏi 3** n > k thì $v_n < \frac{1}{500}$ Hỏi k bằng bao nhiêu ? **Câu hỏi 4** n > k thì $v_n < \frac{1}{1000000}$ Hỏi k bằng bao nhiêu ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** k = 51. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** k = 76 **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** k = 501. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** k = 1000001.

• GV nêu định nghĩa :

Ta nói rằng ***dãy số (u_n) có giới hạn 0*** *(hay có giới hạn là 0) nếu với mỗi số dương nhỏ tuỳ ý cho trước, mọi số hạng của dãy số, kể từ một số hạng nào đó trở đi, đều có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn số dương đó.*

Khi đó ta viết

$$lim(u_n) = 0 \text{ hoặc } limu_n = 0 \text{ hoặc } u_n \to 0.$$

(Kí hiệu "$\lim u_n = 0$" còn được viết "$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$", đọc là dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần đến vô cực).

H6. Hãy nêu một số ví dụ về dãy số có giới hạn 0.

• GV nêu nhận xét :

a) Dãy số (u_n) có giới hạn 0 khi và chỉ khi dãy số $(|u_n|)$ có giới hạn 0.

Chẳng hạn, ta có $\lim\frac{1}{n} = 0$ *vì* $\frac{1}{n} = \left|\frac{(-1)^n}{n}\right|$ *và* $\lim\frac{(-1)^n}{n} = 0.$

b) Dãy số không đổi (u_n), với $u_n = 0$ có giới hạn 0.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Một số dãy số có giới hạn 0

• GV nêu hai tính chất :

a) $\lim\frac{1}{\sqrt{n}} = 0$; b) $\lim\frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0.$

H7. Hãy chứng minh hai tính chất trên.

• GV nêu định lí 1:

Cho hai dãy số (u_n) và (v_n).

Nếu $|u_n| \le v_n$ với mọi n và $limv_n = 0$ thì $limu_n = 0$.

H8. Hãy chứng minh định lí trên.

• GV nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 1:

H9. Chứng minh $\left|\frac{\sin n}{\sqrt{n}}\right| \le \frac{1}{\sqrt{n}}$.

H10. Chứng minh $\lim\frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$

H11. Chứng minh rằng $\lim \frac{\sin n}{\sqrt{n}} = 0$.

• Thực hiện **H2** trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\left\|\frac{1}{n^k}\right\| \le \frac{1}{n}$ với mọi n.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\left\|\frac{1}{n^k}\right\| = \frac{1}{n^k} \le \frac{1}{n}$
Câu hỏi 2 Chứng minh $\lim \frac{1}{n^k} = 0$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim \frac{1}{n} = 0$, nên theo định lí 1 ta có $\lim \frac{1}{n^k} = 0$.

• GV nêu định lí 2 :

Nếu $|q| < 1$ *thì* $\lim q^n = 0$.

H12. Hãy chứng minh định lí 2

H13 Hãy nêu một số ví dụ minh hoạ cho định lí 2.

• Thực hiện **H3** trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\left\|\frac{\cos\frac{n\pi}{5}}{4^n}\right\| \le \left(\frac{1}{4}\right)^n$ với mọi n.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\left\|\frac{\cos\frac{n\pi}{5}}{4^n}\right\| \le \frac{1}{4^n} = \left(\frac{1}{4}\right)^n$ vì $\cos\frac{n\pi}{5} \le 1$.
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

Chứng minh $\lim \frac{\cos \frac{n\pi}{5}}{4^n} = 0$	Áp dụng trực tiếp định lí 2.

HOẠT ĐỘNG 3

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Ta nói rằng **dãy số (u_n) có giới hạn 0** (hay có giới hạn là 0) nếu với mỗi số dương nhỏ tuỳ ý cho trước, mọi số hạng của dãy số, kể từ một số hạng nào đó trở đi, đều có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn số dương đó.

Khi đó ta viết

$$\lim(u_n) = 0 \text{ hoặc } \lim u_n = 0 \text{ hoặc } u_n \to 0.$$

2. a) Dãy số (u_n) có giới hạn 0 khi và chỉ khi dãy số $(|u_n|)$ có giới hạn 0.

Chẳng hạn, ta có $\lim \frac{1}{n} = 0$ vì $\frac{1}{n} = \left|\frac{(-1)^n}{n}\right|$ và $\lim \frac{(-1)^n}{n} = 0.$

b) Dãy số không đổi (u_n), với $u_n = 0$ có giới hạn 0.

3. a) $\lim \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$; b) $\lim \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0.$

4. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n).

Nếu $|u_n| \le v_n$ với mọi n và $\lim v_n = 0$ thì $\lim u_n = 0.$

5. Nếu $|q| < 1$ thì $\lim q^n = 0$

HOẠT ĐỘNG 4

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 1

Câu 1. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0

(a) $\lim \frac{3}{2n}$ (b) $\lim \frac{3n}{2n}$;

(c) $\lim \frac{3n}{2}$; (d) $\lim \frac{3}{2}$.

Trả lời. (a).

Câu 2. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0

(a) $\lim \frac{3}{\sqrt{2n}}$ (b) $\lim \frac{3n}{2\sqrt{n}}$;

(c) $\lim \frac{\sqrt{3n}}{2}$; (d) $\lim \frac{3}{2}$.

Trả lời. (a).

Câu 3. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào không bằng 0.

(a) $\lim \frac{\sin n}{2n}$ (b) $\lim \frac{\cos 3n}{2n}$;

(c) $\lim \frac{\tan 3n}{2}$; (d) $\lim \frac{-\sin n}{4n}$

Trả lời. (c).

Câu 4. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào không bằng 0.

(a) $\lim \frac{\sin n}{n+1}$ (b) $\lim \frac{-\cos(3n+1)}{2+n}$;

(c) $\lim \frac{\tan 3n}{2n}$; (d) $\lim \frac{-\sin n}{4n}$.

Trả lời. (c).

Câu 5. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0.

(a) $\lim \frac{\sin n}{n+1}$ (b) $\lim \frac{-\cos(3n+1)}{\cos n}$;

(c) $\lim \frac{\tan 3n}{2n}$; (d) $\lim \frac{-\sin n}{\tan n}$.

Trả lời. (a).

Câu 6. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0.

(a) $\lim \frac{\sin n}{2}$ (b) $\lim \frac{-\cos(3n+1)}{\cos n}$;

(c) $\lim \frac{\tan 3n}{2n}$; (d) $\lim \frac{-\sin n}{n}$

Trả lời. (d).

Câu 7. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0.

(a) $\lim \frac{\sin \sqrt{n}}{n+1}$ (b) $\lim \frac{-\cos(3n+1)}{\cos n}$;

(c) $\lim \frac{\tan 3n}{2n}$; (d) $\lim \frac{-\sin n}{\tan n}$.

Trả lời. (a).

HOẠT ĐỘNG 5

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa dãy số có giới hạn 0 và định lí 1.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\left\|\frac{(-1)^n}{n+5}\right\| < \frac{1}{n}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh.

Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Chứng minh dãy số có giới hạn tổng quát $\frac{(-1)^n}{n+5}$ có giới hạn 0.	Vì $\lim\frac{1}{n}=0$ nên $\lim\frac{(-1)^n}{n+5}=0.$

b)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Chứng minh $\left\|\frac{\sin n}{n+5}\right\|<\frac{1}{n+5}$ **Câu hỏi 2** Chứng minh dãy số có giới hạn tổng quát $\frac{\sin n}{n+5}$ có giới hạn 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim\frac{1}{n+5}=0$ nên $\lim\frac{\sin n}{n+5}=0.$

c)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Chứng minh $\left\|\frac{\cos 2n}{\sqrt{n}+1}\right\|<\frac{1}{\sqrt{n}+1}$ **Câu hỏi 2** Chứng minh dãy số có giới hạn tổng quát $\frac{\cos 2n}{\sqrt{n}+1}$ có giới hạn 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim\frac{1}{\sqrt{n}+1}=0$ nên $\lim\frac{\cos 2n}{\sqrt{n}+1}=0.$

Bài 2. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa dãy số có giới hạn 0 và định lí 1.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\lvert u_n \rvert < \frac{1}{n}$ **Câu hỏi 2** Chứng minh dãy số $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ có giới hạn 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim \frac{1}{n} = 0$ nên $\lim \frac{1}{n(n+1)} = 0$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\left\lvert \frac{(-1)^n \cos n}{n^2+1} \right\rvert < \frac{1}{n^2}$ **Câu hỏi 2** Chứng minh dãy số $v_n = \frac{(-1)^n \cos n}{n^2+1}$ có giới hạn 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim \frac{1}{n^2} = 0$ nên $\lim \frac{(-1)^n \cos n}{n^2+1} =$ 0.

Bài 3. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa dãy số có giới hạn 0 và định lí 2.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định q. **Câu hỏi 2** Chứng minh dãy số (u_n) có giới hạn 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $q = 0,99 < 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Áp dụng định lí 2.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\lvert u_n \rvert = \left\lvert \frac{(-1)^n}{2^n+1} \right\rvert < \left(\frac{1}{2}\right)^n$ **Câu hỏi 2** Chứng minh dãy số (u_n) có giới hạn 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lvert u_n \rvert = \left\lvert \frac{(-1)^n}{2^n+1} \right\rvert < \frac{1}{2^n} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Áp dụng định lí 1 và định lí 2.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\lvert u_n \rvert = < \left(\frac{1}{1,01}\right)^n$ **Câu hỏi 2** Chứng minh dãy số (u_n) có giới hạn 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Áp dụng định lí 1 và định lí 2.

Bài 4. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa dãy số có giới hạn 0 và định lí 2.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh rằng $\frac{u_{n+1}}{u_n} \le \frac{2}{3}$ với mọi n. **Câu hỏi 2** Bằng phương pháp quy nạp,	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{3^{n+1}} : \frac{n}{3^n}$ $= \frac{1}{3}\left(\frac{n+1}{n}\right) = \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{n}\right) \le \frac{2}{3}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự chứng minh.

chứng minh rằng $0 < u_n \le \left(\frac{2}{3}\right)^n$ với mọi n. **Câu hỏi 3** Chứng minh rằng dãy số (u_n) có giới hạn 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Áp dụng định lí 1 và định lí 2.

§2. Dãy số có giới hạn hữu hạn (tiết 2, 3)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

• Định nghĩa giới hạn của dãy số, một vài giới hạn đặc biệt, giới hạn của tổng, hiệu, tích, thương.

• Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn.

2. Kĩ năng

Vận dụng thành thạo tính chất của giới hạn để tìm giới hạn của dãy số.

Vận dụng giới hạn của dãy số để tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn.

3. Thái độ

Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

• Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị các ví dụ sinh động.

Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở lớp dưới.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết phần 2.

Tiết 2 : Tiếp theo đến và bài tập

IV. TIẾN TRÌNH DẠY - HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Chứng minh các dãy số có số hạng tổng quát sau có giới hạn 0.

a) $u_n = \frac{3}{n}$; b) $u_n = n^2 + 1$.

Câu hỏi 2

Chứng minh các dãy số có số hạng tổng quát sau có giới hạn 0.

a) $u_n = \frac{\cos n + 1}{n}$;

b) $u_n = \frac{3}{n^2 + 2}$.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Định nghĩa dãy số có giới hạn hữu hạn

• GV đặt vấn đề

Xét dãy số (u_n) với $u_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n}$.

Hãy điền vào bảng sau

n	1	2	3	4	5
u_n					

H1. Chứng minh dãy số là dãy số giảm.

H2. Chứng minh $\lim(u_n - 3) = 0$.

• GV nêu định nghĩa :

Ta nói rằng dãy số (u_n) có giới hạn là số thực L nếu $\lim(u_n - L) = 0$.
Khi đó ta viết

$$\lim(u_n) = L \text{ hoặc } \lim u_n = L \text{ hoặc } u_n \to L.$$

Dãy số có giới hạn là một số thực gọi là dãy số có giới hạn hữu hạn.

• GV nêu và cho HS chứng minh ví dụ 1:

• Thực hiện ví dụ 2. GV có thể thay bởi ví dụ khác.

• Thực hiện **H1** trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh rằng : $\lim\left(\left(\frac{2}{5}\right)^n + 1\right) = 1.$ **Câu hỏi 2** Chứng minh rằng : $\lim\left(\frac{2 - 5n}{2n}\right) = -\frac{5}{2}.$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự chứng minh

• GV nêu nhận xét :

Nếu $u_n = L + v_n$, trong đó L là một hằng số và $\lim v_n = 0$ thì $\lim u_n = L$.

H3. hãy chứng minh nhận xét trên.

• GV nêu nhận xét trong SGK:

1) Từ định nghĩa vừa nêu, suy ra rằng $\lim u_n = L$ *khi và chỉ khi khoảng cách* $|u_n - L|$ *từ điểm* u_n *đến điểm L trở nên nhỏ bao nhiêu cũng được miễn là n đủ lớn ; nói một cách hình ảnh, khi n tăng các điểm* u_n *chụm lại quanh điểm L.*

2) Không phải mọi dãy số đều có giới hạn hữu hạn.

H4. Hãy cho ví dụ về nhận xét 2.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Một số định lí

• GV nêu định lí 1 :

Giả sử $\lim u_n = L$. *Khi đó*

a) $\lim |u_n| = |L|$ *và* $\lim \sqrt[3]{u_n} = \sqrt[3]{L}$;

b) Nếu $u_n \geq 0$ *với mọi n thì* $L \geq 0$ *và* $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{L}$.

H5. Tìm $\lim \sqrt{36 + \frac{\sin n}{4n}}$

• Thực hiện **H2** trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh rằng : $\lim \frac{27n^2 - n}{n^2} = 27$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $\frac{27n^2 - n}{n^2} = 27 - \frac{1}{n}$ với mọi n. Vì $\lim\left(-\frac{1}{n}\right) = 0$ nên theo nhận xét trên, ta có $\lim \frac{27n^2 - n}{n^2} = 27$

Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2
Tìm $\lim \sqrt[3]{\frac{27n^2 - n}{n^2}}$.	Do đó, theo định lí 1, ta có $\lim \sqrt[3]{\frac{27n^2 - n}{n^2}} = \sqrt[3]{27} = 3.$

• GV nêu định lí 2 :

Giả sử $\lim u_n = L$, $\lim v_n = M$ *và c là một hằng số. Khi đó*

$$\lim(u_n + v_n) = L + M,$$

$$\lim(u_n - v_n) = L - M,$$

$$\lim(u_n . v_n) = LM,$$

$$\lim(cu_n) = cL,$$

$$\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{L}{M} \text{ (nếu } M \neq 0).$$

• Thực hiện ví dụ 4 trong 3'.

GV có thể thay bởi ví dụ khác.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử và mẫu của u_n cho n^2 ta được biểu thức nào? **Câu hỏi 2** Tìm $\lim u_n$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $3 + \frac{4}{n} - \frac{7}{n^2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim u_n = \lim\left(3 + \frac{4}{n} - \frac{7}{n^2}\right)$ $= \lim 3 + \lim \frac{4}{n} - \lim \frac{7}{n^2}$ $= \lim 3 + 4 \lim \frac{1}{n} - 7 \lim \frac{1}{n^2}$ $= 3 + 4.0 - 7.0 = 3.$

• Thực hiện ví dụ 5 trong 3'.

GV có thể thay bởi ví dụ khác.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử và mẫu của u_n cho n^3 ta được biểu thức nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_n = \dfrac{2 - \dfrac{4}{n} + \dfrac{3}{n^2} + \dfrac{3}{n^3}}{1 - \dfrac{5}{n^2} + \dfrac{7}{n^3}}$.
Câu hỏi 2 Tìm $\lim u_n$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim u_n = 2$.

• Thực hiện **H3** trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử và mẫu của u_n cho n^3 ta được biểu thức nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_n = \dfrac{\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n^2} + \dfrac{3}{n^3}}{1 + \dfrac{2}{n^2}}$
Câu hỏi 2 Tìm $\lim u_n$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim u_n = 0$.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

• GV nêu định nghĩa :

Xét cấp số nhân vô hạn

$$u_1, u_1q, u_1q^2 \ ..., u_1q^n, ...$$

có công bội q với $|q| < 1$ (gọi là một cấp số nhân lùi vô hạn).

H6. Hãy tính tổng n số hạng đầu tiên của dãy.

• GV nêu kết quả H6 :

$$S_n = u_1 + u_1q + ... + u_1q^{n-1} = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{u_1}{1-q} - \frac{u_1}{1-q}q^n.$$

Sau đó GV nêu kết luận :

Vì $|q| < 1$ nên $\lim q^n = 0$. Do đó

$$\lim S_n = \frac{u_1}{1-q}.$$

*Ta gọi giới hạn đó là **tổng của cấp số nhân** đã cho và viết*

$$S = u_1 + u_1q + u_1q^2 + ... = \frac{u_1}{1-q}.$$

• Thực hiện **H4** trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định u_1 và q của cấp số nhân. **Câu hỏi 2** Tính tổng.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_1 = \frac{1}{2}$ và $q = \frac{1}{2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^n} + ...$ $= \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1.$

• GV nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 6.

• Thực hiện H5 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Phân tích 0,313131... thành tổng cả các số hạng của một cấp số nhân. **Câu hỏi 2** Tính tổng.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $0,313131... = \frac{31}{100}+\frac{31}{100}\cdot\frac{1}{100}+\frac{31}{100}\cdot\left(\frac{1}{100}\right)^2+...$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $S=\frac{31}{100}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{100}}=\frac{31}{99}$

HOẠT ĐỘNG 4

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Ta nói rằng dãy số (u_n) có giới hạn là số thực L nếu $\lim(u_n - L) = 0$.

Khi đó ta viết

$$\lim(u_n) = L \text{ hoặc } \lim u_n = L \text{ hoặc } u_n \to L.$$

Dãy số có giới hạn là một số thực gọi là dãy số có giới hạn hữu hạn.

2. Giả sử $\lim u_n = L$. Khi đó

a) $\lim|u_n| = |L|$ và $\lim\sqrt[3]{u_n} = \sqrt[3]{L}$;

b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n thì $L \geq 0$ và

3. Giả sử $\lim u_n = L$, $\lim v_n = M$ và c là một hằng số. Khi đó

$$\lim(u_n + v_n) = L + M,$$

$$\lim(u_n - v_n) = L - M,$$

$$\lim(u_n . v_n) = LM,$$

$$\lim(cu_n) = cL,$$

$$\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{L}{M} \text{ (nếu } M \neq 0).$$

4. Xét cấp số nhân vô hạn

$$u_1, u_1q, u_1q^2, ..., u_1q^n, ...$$

có công bội q với $|q| < 1$ (gọi là một *cấp số nhân lùi vô hạn*).

$$S = u_1 + u_1q + u_1q^2 + ... = \frac{u_1}{1-q}.$$

HOẠT ĐỘNG 5

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 2

Câu 1. $\lim \frac{3-n}{2n}$ bằng:

(a) 3 (b) 2 ;

(c) $-\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$.

Trả lời. (d).

Câu 2. $\lim \frac{-3n-1}{2n}$ bằng:

(a) -3 (b) 2 ;

(c) $-\frac{1}{2}$; (d) $-\frac{3}{2}$.

Trả lời. (d).

Câu 3. $\lim \frac{\sqrt{3+n^2}}{2n+1}$ bằng:

(a) 3 (b) 2 ;

(c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$

Trả lời. (c).

Câu 4. $\lim \frac{3n+2}{\sqrt{2n^2+n+1}}$ bằng:

(a) 3 (b) 2 ;

(c) $\frac{3}{\sqrt{2}}$; (d) $\frac{3}{2}$

Trả lời. (c).

Câu 5. 3 là giới hạn của dãy số nào sau đây:

(a) $\lim \frac{3n+2}{\sqrt{2n^2+n+1}}$ (b) $\lim \frac{3n+2}{\sqrt{n^2+n+1}}$;

(c) $\lim \frac{3n+2}{\sqrt{n^3+n+1}}$; (d) $\lim \frac{3n+2}{\sqrt{n+1}}$.

Trả lời. (c).

Câu 6. -3 là giới hạn của dãy số nào sau đây:

(a) $\lim \frac{3n+2}{\sqrt{2n^2+n+1}}$ (b) $\lim \frac{3n+2}{\sqrt{n^2+n+1}}$;

(c) $\lim \frac{-3n+2}{\sqrt{n^3+n+1}}$; (d) $\lim \frac{3n+2}{\sqrt{n+1}}$.

Trả lời. (c).

Câu 7. $\lim \frac{\sqrt{3+n^2}}{2n^2+n+1}$ bằng:

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $-\frac{3}{2}$

(c) 0 ; (d) $\frac{3}{2}$.

Trả lời. (c).

Câu 8. $\lim \frac{\sqrt{3+n}}{-n^2+n+1}$ bằng:

(a) -3 (b) 0.

(c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$.

Trả lời. (b).

Câu 9. $\lim \frac{\sqrt{3+n}}{3n^2+n+1}$ bằng:

(a) 0 (b) $-\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$.

Trả lời. (a).

Câu 10. $\lim \frac{\sqrt{3}}{-3n^2+n+1}$ bằng:

(a) -1 ; (b) 0.

(c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$

Trả lời. (b).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 5. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và tính chất của dãy số hữu hạn. Áp dụng định nghĩa dãy số có giới hạn là số thực L.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy $\lim \dfrac{(-1)^n}{n+2}$. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \left(2+\dfrac{(-1)^n}{n+2}\right)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim \dfrac{(-1)^n}{n+2}=0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim \left(2+\dfrac{(-1)^n}{n+2}\right)=2$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy $\lim \dfrac{\sin 3n}{4n}$. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \left(\dfrac{\sin 3n}{4n}-1\right)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim \dfrac{\sin 3n}{4n}=0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim \left(\dfrac{\sin 3n}{4n}-1\right)=-1$.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Hãy $\lim \frac{1}{n}$ **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \frac{n-1}{n}$.	$\lim \frac{1}{n} = 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim \frac{n-1}{n} = 1$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy $\lim \frac{1}{n+1}$ **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \frac{n+2}{n+1}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim \frac{1}{n+1} = 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim \frac{n+2}{n+1} = 1$.

Bài 6. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và tính chất của dãy số hữu hạn. Áp dụng định nghĩa dãy số có giới hạn là số thực L.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử và mẫu cho số nào? **Câu hỏi 2** Tìm $\lim u_n$ với $u_n = \frac{n^2-3n+5}{2n^2-1}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả tử và mẫu cho n^2 **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{1}{2}$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử và mẫu cho số nào?. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim u_n$ với $u_n = \dfrac{-2n^2+n+2}{3n^4+5}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả tử và mẫu cho n^4 **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** 0.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử và mẫu cho số nào?. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim u_n$ với $u_n = \dfrac{\sqrt{2n^2-n}}{1-3n^2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả tử và mẫu cho n^2, ta được : $u_n = \dfrac{n\sqrt{2-\dfrac{1}{n}}}{1-3n^2} = \dfrac{\dfrac{1}{n}\sqrt{2-\dfrac{1}{n}}}{\dfrac{1}{n^2}-3}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** 0.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử và mẫu cho số nào?.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả tử và mẫu cho 4^n, ta được :

	$u_n = \dfrac{1}{2.\left(\dfrac{3}{4}\right)^n + 1}$.
Câu hỏi 2 Tìm $\lim u_n$ với $u_n = \dfrac{\sqrt{2n^2 - n}}{1 - 3n^2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim u_n = 1$.

Bài 7. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và tính chất của dãy số hữu hạn. Áp dụng định nghĩa dãy số có giới hạn là số thực L.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định v_{n+1}.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $v_{n+1} = u_{n+1} - \dfrac{15}{4}$ $= \dfrac{u_n}{5} + 3 - \dfrac{15}{4} = \dfrac{u_n}{5} - \dfrac{3}{4}$
Câu hỏi 2 Chứng minh rằng dãy số (v_n) là một cấp số nhân.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Thay $u_n = v_n + \dfrac{15}{4}$ vào đẳng thức trên, ta được $v_{n+1} = \dfrac{1}{5}\left(v_n + \dfrac{15}{4}\right) - \dfrac{3}{4}$. hay $v_{n+1} = \dfrac{1}{5}v_n$ với mọi n. Vậy dãy số (v_n) là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \dfrac{1}{5}$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định $\lim v_n$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim v_n = 0$.
Câu hỏi 2 Hãy xác định $\lim u_n$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim u_n = \frac{15}{4}$.

Bài 8. *Hướng dẫn.* Đây là bài toán áp dụng hình học. Sử dụng định nghĩa và tính chất của dãy số hữu hạn. Áp dụng định nghĩa dãy số có giới hạn là số thực L.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định p_1, p_2.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $p_1 = \frac{3a}{2}$; $p_2 = \frac{3a}{2^2}$
Câu hỏi 2 Hãy xác định p_n.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bằng phương pháp quy nạp, ta chứng minh được $p_n = \frac{3a}{2^n}$.
Câu hỏi 3 Hãy tìm $\lim p_n$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim p_n = 0$.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định S, S_2.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Câu hỏi 2 Hãy xác định S_n. **Câu hỏi 3** Hãy tìm $\lim S_n$	Diện tích tam giác $A_1B_1C_1$ là $S_1 = \frac{S}{4}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Diện tích tam giác $A_nB_nC_n$ là $S_n = \frac{S}{4^n} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\left(\frac{1}{4}\right)^n$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim S_n = 0$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính tổng : $p_1 + p_2 + ... + p_n + ...$ **Câu hỏi 2** Tính tổng : $S_1 + S_2 + ... + S_n + ...$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $p_1 + p_2 + p_3 + ... = \frac{p_1}{1-\frac{1}{2}} = 2p_1 = 3a,$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $S_1 + S_2 + S_3 + ... = \frac{S_1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4S_1}{3} = \frac{S}{3} = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$

Bài 9. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số nhân lùi vô hạn.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy Biểu diễn 0,444... **Câu hỏi 2** Hãy Biểu diễn 0,2121...	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $0,444... = \frac{4}{9}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

Câu hỏi 3 Hãy Biểu diễn 0,32111...	$0.2121... = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** 0,32111... = $\frac{32}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000}.\left(\frac{1}{10}\right) + \frac{1}{1000}.\left(\frac{1}{10}\right)^2 + ...$ $= \frac{32}{100} + \frac{1}{1000}.\frac{1}{1-\frac{1}{10}} = \frac{32}{100} + \frac{1}{900} = \frac{289}{900}$.

Bài 10. *Hướng dẫn.* Đây là bài toán áp dụng hình học. Sử dụng định nghĩa và tính chất của dãy số hữu hạn. Áp dụng định nghĩa dãy số có giới hạn là số thực L.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định p_n.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $p_n = \pi R$ với mọi n.
Câu hỏi 2 Hãy xác định S_n.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $S_n = \frac{\pi R^2}{2}.\frac{1}{2^n}$
Câu hỏi 3 Hãy tìm $\lim p_n$ và $\lim S_n$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim p_n = \pi R$ và $\lim S_n = 0$.

§3. Dãy số có giới hạn vô cực
(tiết 4)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Định nghĩa dãy số có giới hạn $+\infty$, $-\infty$.
- Các quy tắc tìm giới hạn tại vô cực.

2. Kĩ năng

- Vận dụng thành thạo tính chất của giới hạn tại vô cực để tìm giới hạn của dãy số.

Vận dụng thành thạo các quy tắc của giới hạn tại vô cực để tìm giới hạn của dãy số.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị các ví dụ sinh động.

- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tính các giới hạn sau :

a) $u_n = \dfrac{3+4n}{n}$; b) $u_n = \dfrac{n^2+1}{n^3-2}$

Câu hỏi 2

Phân tích các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau :

a) 0,131313... ;

b) 0, 313131....

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Dãy số có giới hạn $+\infty$

• GV đặt vấn đề

Xét dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$.

Hãy điền vào bảng sau

n	1	2	3	4	5
u_n					

H1. Chứng minh dãy số là dãy số tăng.

H2. Chứng minh $\lim \dfrac{1}{u_n} = 0$.

• GV nêu định nghĩa :

Ta nói rằng dãy số (u_n) có giới hạn là $+\infty$ nếu với mỗi số dương tuỳ ý cho trước, mọi số hạng của dãy số, kể từ một số hạng nào đó trở đi, đều lớn hơn số dương đó.

Khi đó ta viết

$$lim(u_n) = +\infty \text{ hoặc } limu_n = +\infty \text{ hoặc } u_n \to +\infty.$$

• GV nêu và cho HS chứng minh một số ví dụ trong SGK:

chứng minh rằng :

a) $\lim n = +\infty$; b) $\lim \sqrt{n} = +\infty$; c) $\lim \sqrt[3]{n} = +\infty$.

HOẠT ĐỘNG 2

1. Dãy số có giới hạn ∞

• GV nêu định nghĩa :

Ta nói rằng dãy số (u_n) có giới hạn là $-\infty$ nếu với mỗi số âm tuỳ ý cho trước, mọi số hạng của dãy số, kể từ một số hạng nào đó trở đi, đều nhỏ hơn số âm đó.

Khi đó ta viết

$$lim(u_n) = -\infty \text{ hoặc } limu_n = -\infty \text{ hoặc } u_n \to -\infty.$$

H3. Chứng minh $\lim u_n = -\infty \Leftrightarrow \lim(-u_n) = +\infty$.

• Thực hiện ví dụ 1. GV có thể thay bởi ví dụ khác.

• GV nêu chú ý và nhận xét trong SGK:

Các dãy số có giới hạn $+\infty$ và $-\infty$ được gọi chung là các dãy số có giới hạn vô cực hay dần đến vô cực.

Nếu $\lim|u_n| = +\infty$ thì $|u_n|$ trở nên lớn bao nhiêu cũng được, miễn là n đủ lớn. Do đó $\left|\frac{1}{u_n}\right| = \frac{1}{|u_n|}$ trở nên nhỏ bao nhiêu cũng được, miễn là n đủ lớn.

• GV nêu định lí :

Nếu $\lim|u_n| = +\infty$ *thì* $\lim\frac{1}{u_n} = 0$.

H4. Hãy chứng minh định lí trên.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Một vài quy tắc tính giới hạn tại vô cực

• GV nêu quy tắc 1:

Nếu $\lim u_n = \pm\infty$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim(u_n v_n)$ được cho trong bảng sau :

$\lim u_n$	$\lim v_n$	$\lim(u_n v_n)$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

GV cho HS thực hành bằng cách lấy các ví dụ cụ thể và điền vào bảng sau :

u_n	v_n	$\lim(u_n v_n)$
...	...	$+\infty$
...	...	$-\infty$
...	...	$-\infty$
...	...	$+\infty$

• GV nêu ví dụ 2. Có thể thay bằng các ví dụ khác.

• GV nêu quy tắc 2:

Nếu $\lim u_n = \pm\infty$ và $\lim v_n = L \neq 0$ thì $\lim(u_n v_n)$ được cho trong bảng sau :

$\lim u_n$	Dấu của L	$\lim(u_n v_n)$
$+\infty$	$+$	$+\infty$
$+\infty$	$-$	$-\infty$

$-\infty$	$+$	$-\infty$
$-\infty$	$-$	$+\infty$

GV cho HS thực hành bằng cách lấy các ví dụ cụ thể và điền vào bảng sau :

u_n	Dấu của L	$\lim(u_n v_n)$
...	$+$	$+\infty$
...	$-$	$-\infty$
...	$+$	$-\infty$
...	$-$	$+\infty$

• GV nêu ví dụ 3. Có thể thay bằng các ví dụ khác.

• Thực hiện **H1** trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm $\lim(n\sin n - 2n^3)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $n\sin n - 2n^3 = n^3\left(-2 + \frac{\sin n}{n^2}\right)$ với mọi n. Vì $\lim n^3 = +\infty$ và $\lim\left(-2 + \frac{\sin n}{n^2}\right) = -2 < 0$ nên $\lim(n\sin n - 2n^3) = -\infty$.
Câu hỏi 2 Tìm $\lim \frac{1}{n\sin n - 2n^3}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim \lvert n\sin n - 2n^3 \rvert = +\infty$ nên $\lim \frac{1}{n\sin n - 2n^3} = 0$.

• GV nêu quy tắc 3:

Nếu $\lim u_n = L \neq 0, \lim v_n = 0$ *và* $v_n > 0$ *hoặc* $v_n < 0$ *kể từ một số hạng nào đó trở đi thì* $\lim \frac{u_n}{v_n}$ *được cho trong bảng sau :*

Dấu của L	Dấu của v_n	$\lim \frac{u_n}{v_n}$
+	+	$+\infty$
+	−	$-\infty$
−	+	$-\infty$
−	−	$+\infty$

GV cho HS thực hành bằng cách lấy các ví dụ cụ thể và điền vào bảng sau :

Dấu của L	v_n	$\lim \frac{u_n}{v_n}$
+	...	$+\infty$
+	...	$-\infty$
−	...	$-\infty$
−	...	$+\infty$

• GV nêu ví dụ 4. Có thể thay bằng các ví dụ khác.

• Thực hiện **H2** trong 5'

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Chia cả tử và mẫu cho số nào? **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \frac{3n^3 + 2n - 1}{2n^2 - n}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả tử và mẫu cho n^3 **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim \frac{-2n^3 + n}{3n - 2} = -\infty$.

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 3

Câu 1. $\lim \dfrac{3-n}{2n^2}$ bằng:

(a) $-\infty$ (b) $+\infty$;

(c) $-\dfrac{1}{2}$; (d) $\dfrac{3}{2}$.

Trả lời. (b.

Câu 2. $\lim \dfrac{-3n-1}{2n^3}$ bằng:

(a) ∞ (b) $+\infty$;

(c) $-\dfrac{1}{2}$; (d) $\dfrac{3}{2}$.

Trả lời. (a)

Câu 3. $\lim \dfrac{-3n-1}{2\sqrt{n^3}}$ bằng:

(a) $-\infty$ (b) $+\infty$;

(c) $\dfrac{1}{2}$; (d) $\dfrac{3}{2}$.

Trả lời. (a).

Câu 4. $\lim \dfrac{3n^2+2}{\sqrt{n^2+n+1}}$ bằng:

(a) $+\infty$ (b) $-\infty$;

(c) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$; (d) $\dfrac{3}{2}$

Trả lời. (a).

Câu 5. $+\infty$ là giới hạn của dãy số nào sau đây:

(a) $\lim \dfrac{3n+2}{\sqrt{n^2-n+1}}$ (b) $\lim \dfrac{3n+2}{\sqrt{n^2+n+1}}$;

(c) $\lim \dfrac{3n+2}{\sqrt{n^3+n+1}}$: (d) $\lim \dfrac{3n+2}{\sqrt{n+1}}$

Trả lời. (d).

Câu 6. $-\infty$ là giới hạn của dãy số nào sau đây:

(a) $\lim \dfrac{-3n+2}{\sqrt{n^2+n+1}}$ (b) $\lim \dfrac{3n+2}{-\sqrt{n^2+n+1}}$;

(c) $\lim \dfrac{-3n+2}{\sqrt{n^3+n+1}}$; (d) $\lim \dfrac{-3n+2}{\sqrt{n+1}}$.

Trả lời. (d).

Câu 7. $\lim \dfrac{\sqrt{3+n^3}}{n+1}$ bằng:

(a) $+\infty$ (b) ∞.

(c) 0 ; (d) $\dfrac{3}{2}$.

Trả lời. (a).

Câu 8. $\lim \dfrac{\sqrt{3+n^5}}{-n^2+n+1}$ bằng:

(a) $+\infty$ (b) $-\infty$.

(c) $\dfrac{1}{2}$; (d) $\dfrac{3}{2}$.

Trả lời. (b).

Câu 9. $\lim \dfrac{\sqrt{3+n^5}}{3n^2+n+1}$ bằng:

(a) $+\infty$ (b) $-\infty$.

(c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$.

Trả lời. (a).

Câu 10. $\lim \frac{\sqrt{3+n^5}}{-3n^2+n+1}$ bằng:

(a) $+\infty$ (b) $-\infty$.

(c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$

Trả lời. (b).

HOẠT ĐỘNG 5

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 11. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và quy tắc tính giới hạn tại vô cực.

Đáp số. a) $-\infty$; b) $+\infty$.

Bài 12. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và quy tắc tính giới hạn tại vô cực.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử và mẫu số cho số nào ? **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của các dãy số (u_n) với $u_n = -2n^3 + 3n + 5$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả tử và mẫu cho n^3 **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $-\infty$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử và mẫu số cho số nào ? **Câu hỏi 2** Tìm $\lim(2n + \cos n)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả tử và mẫu cho n^2, ta được: $u_n = \dfrac{\sqrt[3]{1 - \dfrac{7}{n^3} - \dfrac{5}{n^5} + \dfrac{8}{n^6}}}{\dfrac{1}{n} + \dfrac{12}{n^2}}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim \sqrt[3]{1 - \dfrac{7}{n^3} - \dfrac{5}{n^5} + \dfrac{8}{n^6}} = \sqrt[3]{1}$ $= 1 > 0$, $\lim\left(\dfrac{1}{n} + \dfrac{12}{n^2}\right) = 0$ và $\dfrac{1}{n} + \dfrac{12}{n^2} > 0$ với mọi n nên $\lim u_n = +\infty$.

Bài 13. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và quy tắc tính giới hạn tại vô cực.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Phân tích u_n. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim(2n + \cos n)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $2n + \cos n = n\left(2 + \dfrac{\cos n}{n}\right)$, **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim u_n = +\infty$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy phân tích u_n. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim\left(\frac{1}{2}n^2 - 3\sin 2n + 5\right)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $n^2\left(\frac{1}{2} - \frac{3\sin 2n}{n^2} + \frac{5}{n^2}\right)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $+\infty$.

Bài 14. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và quy tắc tính giới hạn tại vô cực.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Đặt $p = \frac{1}{q}$. hãy nhận xét về p. **Câu hỏi 2** Chứng minh rằng nếu $q > 1$ thì $\lim q^n = +\infty$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $0 < p < 1$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Do đó $\lim p^n = 0$. Vì $p^n > 0$ với mọi n nên từ đó suy ra $\lim \frac{1}{p^n} = +\infty$, tức là $\lim q^n = +\infty$.

Bài 15. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa và quy tắc tính giới hạn tại vô cực.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia tử và mẫu của phân thức cho số nào ? **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của các dãy số	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia tử và mẫu của phân thức cho 3^n **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim u_n = +\infty$.

(u_n) với $u_n = \dfrac{3^n + 1}{2^n - 1}$.	

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy phân tích u_n.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_n = 3^n\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^n - 1\right]$ với mọi n.
Câu hỏi 2 Tìm giới hạn của các dãy số (u_n) với $u_n = 2^n - 3^n$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $-\infty$.

Luyện tập
(tiết 5, 6)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn lại

Định nghĩa dãy số có giới hạn 0, $+\infty$, $-\infty$.

Các quy tắc tìm giới hạn tại vô cực.

2. Kĩ năng

Vận dụng thành thạo tính chất của giới hạn tại vô cực để tìm giới hạn của dãy số. Chứng minh dãy số có giới hạn 0, dãy số có giới hạn hữu hạn, dãy số có giới hạn vô cực.

Vận dụng thành thạo các quy tắc của giới hạn tại vô cực để tìm giới hạn của dãy số.

3. Thái độ

Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị các ví dụ sinh động.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Chữa các bài 16, 17 và 18.

Tiết 2 : Chữa các bài 197 và 20.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tính các giới hạn sau :

a) $u_n = \dfrac{3+4n}{n^2}$; b) $u_n = \dfrac{n(n^3+1)}{n^3-2}$.

Câu hỏi 2

Phân tích các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau :

a) 0,123123... ;

b) 0,123131313131....

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 16. Nhằm ôn lại dãy số có giới hạn 0 và dãy số có giới hạn hữu hạn, dãy số có giới hạn vô cực.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy so sánh bậc của đa thức của tử số và mẫu số. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \dfrac{n^2+4n-5}{3n^3+n^2+7}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Tử số bậc 2 < bậc của mẫu số (bậc 3) **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bằng 0.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy so sánh bậc của đa thức của tử số và mẫu số. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \dfrac{n^5+n^4-3n-2}{4n^3+6n^2+9}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Tử số bậc 5 > bậc của mẫu số (bậc 3) **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bằng $+\infty$.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử số và mẫu số cho số nào ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả tử số và mẫu số cho n^2.

Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Tìm $\lim \dfrac{\sqrt{2n^4 + 3n - 2}}{2n^2 - n + 3}$.	Bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử số và mẫu số cho số nào ? **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \dfrac{\sqrt{2n^4 + 3n - 2}}{2n^2 - n + 3}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả tử số và mẫu số cho 5^n **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bằng $-\dfrac{2}{3}$.

Bài 17. Nhằm ôn lại dãy số có giới hạn vô cực.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Ta sử dụng phương pháp nào để tìm giới hạn. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim(3n^3 - 7n + 11)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Giới hạn của một tổng. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bằng $+\infty$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Ta sử dụng phương pháp nào để tìm giới hạn. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \sqrt{2n^4 - n^2 + n + 2}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Quy tắc tìm giới hạn vô cực. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bằng $+\infty$.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Ta sử dụng phương pháp nào để tìm giới hạn. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \sqrt[3]{1+2n-n^3}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Quy tắc tìm giới hạn vô cực. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bằng $-\infty$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy phân tích dãy số. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim \sqrt{2.3^n - n + 2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt{2.3^n - n + 2} = \left(\sqrt{3}\right)^n \sqrt{2 - \frac{n}{3^n} + \frac{2}{3^n}}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim \frac{n}{3^n} = 0$ nên $\lim \sqrt{2 - \frac{n}{3^n} + \frac{2}{3^n}} = \sqrt{2} > 0.$ Ngoài ra $\lim \left(\sqrt{3}\right)^n = +\infty$. Do đó $\lim \sqrt{2.3^n - n + 2} = +\infty.$

Bài 18. Nhằm ôn lại dãy số có giới hạn, phương pháp nhân liên hợp.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm biểu thức liên hợp của : $\sqrt{n^2 + n + 1} - n$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt{n^2 + n + 1} + n$.

	Nhân biểu thức liên hợp ta được : $\sqrt{n^2+n+1}-n=\dfrac{n+1}{\sqrt{n^2+n+1}+n}$ $=\dfrac{1+\dfrac{1}{n}}{\sqrt{1+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}+1}$
Câu hỏi 2 Tìm $\lim\left(\sqrt{n^2+n+1}-n\right)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\left(\sqrt{n^2+n+1}-n\right)=\dfrac{1}{2}$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm biểu thức liên hợp của : $\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}$. Nhân tử và mẫu của biểu thức đã cho với $\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}$, ta được $\dfrac{1}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}}=\dfrac{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}{n+2-(n+1)}=$ $\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}$.
Câu hỏi 2 Tìm $\lim\dfrac{1}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\dfrac{1}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}}=+\infty$

Các câu còn lại làm tương tự:

Đáp số :

c) $+\infty$; d) 0 ;

e) $\lim\dfrac{\sqrt{n^2+1}-2n}{2n+1}=\dfrac{-3}{2(1+2)}=-\dfrac{1}{2}$; f) $\dfrac{1}{3}$.

Bài 19. Nhằm ôn lại tổng các số hạng của cấp số nhân. Cấp số nhân lùi vô hạn.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm biểu thức liên hệ giữa u_1 và q. **Câu hỏi 2** Tìm u_1 và q.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\begin{cases} \frac{u_1}{1-q}=\frac{5}{3}, \\ \frac{u_1(1-q^3)}{1-q}=\frac{39}{25}. \end{cases}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{5}{3}(1-q^3)=\frac{39}{25} \Leftrightarrow q=\frac{2}{5}$; $u_1 = 1$.

Bài 20. Nhằm ôn lại tổng các số hạng của cấp số nhân. Cấp số nhân lùi vô hạn.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm số cạnh và độ dài mỗi cạnh của H_n. **Câu hỏi 2** Tính $p_n$và $\lim p_n$. **Câu hỏi 3** Tính diện tích của S_n.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số cạnh của H_n là 3.4^n Độ dài mỗi cạnh của H_n là $\frac{a}{3^n}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Độ dài của H_n là $p_n = 3.4^n.\frac{a}{3^n}=3a\left(\frac{4}{3}\right)^n$. Vậy dãy số (p_n) là một cấp số nhân và $\lim p_n = +\infty$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự giải.

B. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ. HÀM SỐ LIÊN TỤC

§4. Định nghĩa và một số định lí về giới hạn của hàm số (tiết 7, 8, 9)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Định nghĩa giới hạn của hàm số

Định lí về giới hạn hữu hạn.

2. Kĩ năng

Sau khi học xong bài này HS cần giải thành thạo các dạng toán về giới hạn của hàm số.

Vận dụng tốt các quy tắc tìm giới hạn của hàm số.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về giới hạn dãy số.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 3 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết phần 1.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết định lí 1.

Tiết 3 : Phần còn lại và bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tìm giới hạn của các dãy số sau đây

a) $\lim \frac{1-3^n}{2^n+3^n}$;

b) $\lim \frac{n-3^n}{n+3^n}$

Câu hỏi 2

Tính các tổng sau :

a) $S_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots.$;

b) $S_n = 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\ldots.$:

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Giới hạn của hàm số tại một điểm

• GV nêu bài toán:

GV treo bảng

x	$x_1 = 10$	$x_2 = 9$	$x_3 = 6$	$x_4 = 3$	...	$x_k = 1,9$	...	$\longrightarrow 2$
$f(x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$	...	$f(x_k)$	...	$\longrightarrow ?$

Sau đó GV đưa ra các câu hỏi sau :

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định $f(x_n)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x_n) = \frac{2(x_n^2-4)}{x_n-2} = 2(x_n+2)$ với mọi n.

Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Tìm $\lim f(x_n)$.	$\lim f(x_n) = \lim 2(x_n + 2)$ $= 2(\lim x_n + 2) = 2(2 + 2) = 8.$

• GV nêu định nghĩa :

Giả sử $(a ; b)$ là một khoảng chứa điểm x_0 và f là một hàm số xác định trên tập hợp $(a ; b)\setminus\{x_0\}$. Ta nói rằng hàm số f có giới hạn là số thực L khi x dần đến x_0 (hoặc tại điểm x_0) nếu với mọi dãy số (x_n) trong tập hợp $(a ; b)\setminus\{x_0\}$ (tức là $x_n \in (a ; b)$ và $x_n \neq x_0$ với mọi n) mà $\lim x_n = x_0$, ta đều có $\lim f(x_n) = L$.

Khi đó ta viết

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L \text{ hoặc } f(x) \to L \text{ khi } x \to x_0.$$

• Thực hiện ví dụ 1 trong 3 phút.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Với mọi dãy số (x_n) mà $x_n \neq 0$ với mọi n hãy xác định $f(x_n)$ **Câu hỏi 2** Với $\lim x_n = 0$ hãy xác định $\lim f(x_n)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x_n) = x_n \cos\frac{1}{x_n}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\left\|f(x_n)\right\| = \left\|x_n\right\|\left\|\cos\frac{1}{x_n}\right\| \leq \left\|x_n\right\|$ và $\lim\left\|x_n\right\| = 0$ nên $\lim f(x_n) = 0$. Do đó $\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0}\left(x\cos\frac{1}{x}\right) = 0.$

• GV đưa ra một số câu hỏi củng cố :

H1. Nêu một ví dụ khác về ví dụ hàm số.

H2. Hàm số không xác định tại a nhưng có giới hạn tại a. Đúng hay sai?

• GV đưa ra nhận xét :

$$\lim_{x \to x_0} x = x_0 \; ; \; \lim_{x \to x_0} c = c, \text{ với } c \text{ là hằng số.}$$

H3. Tìm giới hạn hàm số sau bằng định nghĩa:

$f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$ khi x dần đến 1.

• Thực hiện **H1** trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn f(x).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}=\dfrac{(x+1)(x+2)}{x+1}=x+2$
Câu hỏi 2 Hãy xác định $\lim f(x_n)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim f(x_n) = \lim (x_n + 2) = -1 + 2 = 1.$ Vậy $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2+3x+2}{x+1} = 1.$

• GV nêu nhận xét :

a) Nếu $f(x) = c$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, trong đó c là một hằng số, thì với mọi $x_0 \in \mathbb{R}$, $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0} c = c$.

b) Nếu $g(x) = x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì với mọi $x_0 \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{x \to x_0} g(x) = \lim_{x \to x_0} x = x_0.$$

b) Giới hạn vô cực

H4. Giới hạn vô cực của hàm số tại một điểm được định nghĩa tương tự như giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm. hãy phát biểu định nghĩa đó.

• GV nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 2.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Giới hạn của hàm số tại vô cực

• GV nêu định nghĩa 2:

• Giả sử hàm số f xác định trên khoảng $(a ; +\infty)$. Ta nói rằng hàm số f có giới hạn là số thực L khi x dần đến $+\infty$ nếu với mọi dãy số (x_n) trong khoảng $(a ; +\infty)$ (tức là $x_n > a$ với mọi n) mà $\lim x_n = +\infty$, ta đều có $\lim f(x_n) = L$.

Khi đó ta viết

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = L \text{ hoặc } f(x) \to L \text{ khi } x \to +\infty.$$

• Các giới hạn

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = L,$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty \text{ và } \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty \text{ được định nghĩa tương tự.}$$

• GV nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 3.

• GV nêu nhận xét :

Áp dụng định nghĩa giới hạn của hàm số, có thể chứng minh được rằng : Với mọi số nguyên dương k, ta có

a) $\lim_{x \to +\infty} x^k = +\infty$;

b) $\lim_{x \to -\infty} x^k = \begin{cases} +\infty \text{ nếu } k \text{ chẵn} \\ -\infty \text{ nếu } k \text{ lẻ} \end{cases}$

c) $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^k} = 0$;

d) $\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^k} = 0$.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Một số định lí về giới hạn hữu hạn

• GV nêu định lí 1:

Giả sử $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L$ *và* $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = M$ $(L, M \in \mathbb{R})$. *Khi đó*

a) $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x) + g(x)\right] = L + M$;

b) $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x) - g(x)\right] = L - M$;

c) $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x)g(x)\right] = LM$;

Đặc biệt, nếu c là một hằng số thì $\lim\limits_{x\to x_0}\left[c\,f(x)\right] = cL$;

d) Nếu $M \neq 0$ *thì* $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}$.

H5. Hãy phát biểu bằng lời định lí trên.

• GV nêu nhận xét:

Nếu k là một số nguyên dương và a là một hằng số thì với mọi $x_0 \in \mathbb{R}$, *ta có*

$$\lim_{x\to x_0} ax^k = \lim_{x\to x_0} a.\underbrace{\lim_{x\to x_0} x.\lim_{x\to x_0} x...\lim_{x\to x_0} x}_{k \text{ thừa số}} = a(\lim_{x\to x_0} x)^k = ax_0^k.$$

• GV nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 4.

• Thực hiện **H2** trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tìm miền xác định của hàm số. **Câu hỏi 2** Tìm $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số đã cho xác định với mọi $x \neq 0$ và $x \neq -2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2 - x + 1}{x^2 + 2x} = \dfrac{4}{-1} = -4.$

• Thực hiện ví dụ 5 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử số và mẫu số cho x^3 ta được số nào? **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2-x+10}{x^3+3x-3}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{2x^2-x+10}{x^3+3x-3}=\dfrac{\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{10}{x^3}}{1+\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{3}{x^3}}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Áp dụng định lí 1. HS tự tính.

HOẠT ĐỘNG 4

• Thực hiện **H3** trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử số và mẫu số cho x^3 ta được số nào? **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^4-x^3+x}{x^4+2x^2-7}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự tìm. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^4-x^3+x}{x^4+2x^2-7}=2$.

• GV nêu định lí 2

Giả sử $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L$. *Khi đó*

a) $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)|=|L|$;

b) $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[3]{f(x)}=\sqrt[3]{L}$;

c) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in J \setminus \{x_0\}$, trong đó J là một khoảng nào đó chứa x_0, thì $L \geq 0$ và $\lim\limits_{x \to x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.

- GV nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 6.
- Thực hiện **H4** trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm $\lim\limits_{x \to -1} (x^3 + 7x)$ **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x \to -1} \left\|x^3 + 7x\right\|$ và $\lim\limits_{x \to -1} \sqrt[3]{x^3 + 7x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x \to -1} (x^3 + 7x) = -8$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to -1} \left\|x^3 + 7x\right\| = 8$ và $\lim\limits_{x \to -1} \sqrt[3]{x^3 + 7x} = \sqrt[3]{-8} = -2$

HOẠT ĐỘNG 5

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Giả sử $(a\ ;\ b)$ là một khoảng chứa điểm x_0 và f là một hàm số xác định trên tập hợp $(a\ ;\ b) \setminus \{x_0\}$. Ta nói rằng hàm số f có giới hạn là số thực L khi x dần đến x_0 (hoặc tại điểm x_0) nếu với mọi dãy số (x_n) trong tập hợp $(a\ ;\ b) \setminus \{x_0\}$ (tức là $x_n \in (a\ ;\ b)$ và $x_n \neq x_0$ với mọi n) mà $\lim x_n = x_0$, ta đều có $\lim f(x_n) = L$.

Khi đó ta viết

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L \text{ hoặc } f(x) \to L \text{ khi } x \to x_0.$$

2. a) Nếu $f(x) = c$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, trong đó c là một hằng số, thì với mọi $x_0 \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} c = c.$$

b) Nếu $g(x) = x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì với mọi $x_0 \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{x \to x_0} g(x) = \lim_{x \to x_0} x = x_0.$$

3. • Giả sử hàm số f xác định trên khoảng $(a\ ;\ +\infty)$. Ta nói rằng hàm số f có giới hạn là số thực L khi x dần đến $+\infty$ nếu với mọi dãy số (x_n) trong khoảng $(a\ ;\ +\infty)$ (tức là $x_n > a$ với mọi n) mà $\lim x_n = +\infty$, ta đều có

$$\lim f(x_n) = L.$$

Khi đó ta viết

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = L \text{ hoặc } f(x) \to L \text{ khi } x \to +\infty.$$

• Các giới hạn

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = L$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ và

$\lim\limits_{x \to} f(x) = -\infty$ được định nghĩa tương tự.

4. Giả sử $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ và $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = M$ $(L, M \in \mathbb{R})$. Khi đó

a) $\lim\limits_{x \to x_0} \left[f(x) + g(x)\right] = L + M$;

b) $\lim\limits_{x \to x_0} \left[f(x) - g(x)\right] = L - M$;

c) $\lim\limits_{x \to x_0} \left[f(x)g(x)\right] = LM$;

Đặc biệt, nếu c là một hằng số thì $\lim\limits_{x \to x_0} \left[c\, f(x)\right] = cL$;

d) Nếu $M \neq 0$ thì $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}$.

5. Nếu k là một số nguyên dương và a là một hằng số thì với mọi $x_0 \in \mathbb{R}$, ta có

$$\lim_{x \to x_0} ax^k = \lim_{x \to x_0} a . \underbrace{\lim_{x \to x_0} x . \lim_{x \to x_0} x ... \lim_{x \to x_0} x}_{k \text{ thừa số}} = a(\lim_{x \to x_0} x)^k = ax_0^k .$$

6. Giả sử $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$. Khi đó

a) $\lim_{x \to x_0} |f(x)| = |L|$;

b) $\lim_{x \to x_0} \sqrt[3]{f(x)} = \sqrt[3]{L}$;

c) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in I \setminus \{x_0\}$, trong đó I là một khoảng nào đó chứa x_0, thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \to x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 4

Câu 1. $\lim_{x \to 1} \dfrac{x+1}{x-2}$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\dfrac{1}{2}$; (d) $\dfrac{3}{2}$.

Trả lời. (b).

Câu 2. $\lim_{x \to 1} \dfrac{2x+1}{x^2-2}$ bằng:

(a) 2 (b) 2 ;

(c) 1 ; (d) 1.

Trả lời. (c).

Câu 3. $\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}} \dfrac{x+\sqrt{2}}{x^2-2}$ bằng:

(a) 1 (b) 2 ;

(c) $-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$; (d) $\sqrt{2}$.

Trả lời. (c).

Câu 4. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x-1}{x^2-1}$ bằng:

(a) 3 (b) 2 ;

(c) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$; (d) $\dfrac{1}{2}$.

Trả lời. (d).

Câu 5. 3 là giới hạn của dãy số nào sau đây:

(a) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{3x+1}{x-2}$ (b) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{2x+1}{3x-2}$;

(c) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{3x+1}{3x-2}$; (d) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{3x+1}{x-3}$.

Trả lời. (b).

Câu 6. –3 là giới hạn của dãy số nào sau đây:

(a) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{-3x+1}{x-2}$ (b) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{3x+1}{-x-2}$;

(c) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{3x}{x-2}$; (d) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{3x+1}{x-2}$.

Trả lời. (c).

Câu 7. $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{3x+1}{x-1}$ bằng:

(a) $+\infty$ (b) $-\infty$.

(c) 0 ; (d) $\frac{3}{2}$

Trả lời. (a).

Câu 8. $\lim\limits_{x\to 1^-} \frac{3x+1}{x-1}$ bằng:

(a) $+\infty$ (b) $-\infty$.

(c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$.

Trả lời. (b).

Câu 9. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^+} \frac{3x+1}{2x-1}$ bằng:

(a) $+\infty$ (b) $-\infty$.

(c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$

Trả lời. (a).

Câu 10. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^-} \frac{3x+1}{2x-1}$ bằng:

(a) $+\infty$ (b) $-\infty$.

(c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$.

Trả lời. (b).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 21. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa giới hạn của hàm số.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tìm tập xác định của hàm số. Rút gọn công thức của hàm số **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $x \neq -1$, $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x+1} = \dfrac{(x+1)(x-4)}{x+1}$ $= x - 4.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với $\lim x_n = -1$, ta có $\lim f(x_n) = \lim (x_n - 4) = -1 - 4 = -5.$ Do đó $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x+1} = -5.$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tìm tập xác định của hàm số. Rút gọn công thức của hàm số **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{5-x}}$ xác định trên khoảng $(-\infty ; 5)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với $\lim x_n = 1$, ta có

	$\lim f(x_n) = \lim \dfrac{1}{\sqrt{5 - x_n}} = \dfrac{1}{2}$ Do đó $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1}{\sqrt{5 - x}} = \dfrac{1}{2}$.

Bài 22. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa giới hạn của hàm số.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm giới hạn của các dãy số $(x'_n), (x''_n), (f(x'_n))$ và $(f(x''_n))$. **Câu hỏi 2** Tồn tại hay không $\lim\limits_{x \to 0} \cos\dfrac{1}{x}$?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim x'_n = 0$, $\lim x''_n = 0$, $\lim f(x'_n) = \lim \cos 2n\pi = 1$, $\lim f(x''_n) = \lim \cos(2n+1)\dfrac{\pi}{2} = 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim f(x'_n) \neq \lim f(x''_n)$. Do đó không tồn tại $\lim\limits_{x \to 0} \cos\dfrac{1}{x}$.

Bài 23. *Hướng dẫn.* Sử dụng các tính chất của giới hạn hàm số.

Đáp số :

a) 37 ; b) 0 ;

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tìm tập xác định của hàm số. Rút gọn công thức của hàm số **Câu hỏi 2**	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với mọi $x \neq 0$, ta có $x\left(1 - \dfrac{1}{x}\right) = x - 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

Tìm giới hạn của hàm số.	$\lim\limits_{x\to 0} x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to 0}(x-1)=-1.$

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tìm tập xác định của hàm số. Rút gọn công thức của hàm số	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với mọi $x>0$ và $x\neq 9$, ta có $\dfrac{\sqrt{x}-3}{9x-x^2}=\dfrac{\sqrt{x}-3}{x(9-x)}$ $=\dfrac{\sqrt{x}-3}{x(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})}=\dfrac{-1}{x(\sqrt{x}+3)}$
Câu hỏi 2 Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{\sqrt{x}-3}{9x-x^2}=-\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{1}{x(\sqrt{x}+3)}=-\dfrac{1}{54}$

e)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tìm tập xác định của hàm số. Rút gọn công thức của hàm số	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số xác định với mọi x.
Câu hỏi 2 Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\left\|x^2-4\right\|=1.$

f)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tìm tập xác định của hàm	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

số. Rút gọn công thức của hàm số **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	Hàm số xác định với $\frac{x^4+3x-1}{2x^2-1} \geq 0$ và $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^4+3x-1}{2x^2-1} = 3$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{\frac{x^4+3x-1}{2x^2-1}} = \sqrt{3}.$

Bài 24. *Hướng dẫn.* Sử dụng các tính chất của giới hạn hàm số.

Đáp số :

a) 0 ; b) 2 ; c) $\frac{1}{3}$;

d) Với mọi $x < 0$, ta có

$$\frac{\sqrt{x^6+2}}{3x^3-1} = \frac{|x|^3\sqrt{1+\frac{2}{x^6}}}{3x^3-1} = \frac{-x^3\sqrt{1+\frac{2}{x^6}}}{3x^3-1} = \frac{-\sqrt{1+\frac{2}{x^6}}}{3-\frac{1}{x^3}}$$

Do đó $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^6+2}}{3x^3-1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{1+\frac{2}{x^6}}}{3-\frac{1}{x^3}} = -\frac{1}{3}.$

Bài 25. *Hướng dẫn.* Sử dụng các tính chất của giới hạn hàm số.

HS tự giải.

§5. Giới hạn một bên
(tiết 10)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

• Định nghĩa giới hạn bên trái và giới hạn bên phải của hàm số

Mối quan hệ giữa đạo hàm một bên và đạo hàm của hàm số.

2. Kĩ năng

- Sau khi học xong bài này HS cần giải thành thạo các dạng toán về giới hạn một bên của hàm số.

Vận dụng định lí để chứng minh hàm số có giới hạn hoặc không có giới hạn tại một điểm.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

• Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học về giới hạn dãy số, hàm số.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tìm giới hạn của các hàm số sau đây

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1-x}{x^2-1}$; b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1-x}{x^2-3x+2}$

Câu hỏi 2

Tìm giới hạn của các hàm số sau đây

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1-\sqrt{x}}{x^2-1}$; b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1-\sqrt{x}}{x^2-3x+2}$

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Định nghĩa

• GV đặt vấn đề :

Tìm tập xác định của hàm số sau :

$$f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{khi } x \geq 1 \\ \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

H1. Tính f(1).

H2. Tìm $\lim\limits_{x \to 1} (2x-3)$.

H3. Tìm $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$

H4. Liệu có tìm được giới hạn của hàm số khi $x \to 1$ hay không?

• GV nêu định nghĩa 1 :

Giả sử hàm số f xác định trên khoảng $(x_0 ; b)$ ($x_0 \in \mathbb{R}$). Ta nói rằng hàm số f có ***giới hạn bên phải*** *là số thực L khi x dần đến x_0 (hoặc tại*

điểm x_0) nếu với mọi dãy số (x_n) trong khoảng $(x_0 ; b)$ mà $\lim x_n = x_0$, ta đều có $\lim f(x_n) = L$.

Khi đó ta viết

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L \text{ hoặc } f(x) \to L \text{ khi } x \to x_0^+.$$

H5. Hãy xác định giới hạn bên phải tại x = 1 của hàm số trên.

• GV nêu định nghĩa 2:

Giả sử hàm số f xác định trên khoảng $(a ; x_0)$ $(x_0 \in \mathbb{R})$. Ta nói rằng hàm số f có ***giới hạn bên trái*** *là số thực L khi x dần đến x_0 (hoặc tại điểm x_0) nếu với mọi dãy số (x_n) trong khoảng $(a ; x_0)$ mà $\lim x_n = x_0$, ta đều có $\lim f(x_n) = L$.*

Khi đó ta viết

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = L \qquad \text{hoặc } f(x) \to L \text{ khi } x \to x_0^-.$$

H6. Hãy xác định giới hạn bên trái tại x = 1 của hàm số trên.

H7. Nếu hàm số có giới hạn tại x_0 thì có giới hạn bên phải và giới hạn bên trái tại đó hay không?

• GV nêu nhận xét :

1) Hiển nhiên nếu $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ *thì hàm số f có giới hạn bên phải và giới hạn bên trái tại điểm x_0 và* $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = \lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$.

2) Ta thừa nhận điều ngược lại cũng đúng, nghĩa là

Nếu $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = \lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$ *thì hàm số f có giới hạn tại điểm x_0 và* $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$.

3) Các định lí 1 và định lí 2 trong §4 vẫn đúng khi thay $x \to x_0$ bởi $x \to x_0^-$ hoặc $x \to x_0^+$

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 1.

• Thực hiện H1 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm giới hạn bên trái của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x) = \lim\limits_{x\to(-1)^-} x^3$ $= (-1)^3 = -1.$
Câu hỏi 2 Tìm giới hạn bên trái của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x) = \lim\limits_{x\to(-1)^+} (2x^2 - 3)$ $= 2.(-1)^2 - 3 = -1.$
Câu hỏi 3 Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hai giới hạn này bằng nhau, do đó $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = -1$.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Giới hạn vô cực

• GV cho HS nêu định nghĩa giới hạn tại vô cực.

• Thực hiện ví dụ 2 trong 5'

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm giới hạn bên trái của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$.
Câu hỏi 2 Tìm giới hạn bên trái của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$

Câu hỏi 3 Kết luận.	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 Vì $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{1}{x}\neq\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{x}$ nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm giới hạn bên trái của hàm số. **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn bên trái của hàm số. **Câu hỏi 3** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{1}{\lvert x\rvert}=+\infty$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{\lvert x\rvert}=+\infty$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Vì $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{1}{\lvert x\rvert}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{\lvert x\rvert}=+\infty$ nên $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{\lvert x\rvert}=+\infty$

• Thực hiện H2 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{1}{\sqrt{2-x}}=+\infty$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Đặt $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2-x}}$. Với mọi dãy số (x_n) trong khoảng $(-\infty, 2)$ mà $\lim x_n = 2$, ta có

Câu hỏi 2 Tìm $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{1}{\sqrt{2-x}}$.	$\lim f(x_n) = \lim \dfrac{1}{\sqrt{2-x_n}} = +\infty$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{1}{\sqrt{2-x}} = +\infty$.

HOẠT ĐỘNG 3

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Giả sử hàm số f xác định trên khoảng $(x_0 ; b)$ $(x_0 \in \mathbb{R})$. Ta nói rằng hàm số f có **giới hạn bên phải** là số thực L khi x dần đến x_0 (hoặc tại điểm x_0) nếu với mọi dãy số (x_n) trong khoảng $(x_0 ; b)$ mà $\lim x_n = x_0$, ta đều có $\lim f(x_n) = L$.

Khi đó ta viết

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L \text{ hoặc } f(x) \to L \text{ khi } x \to x_0^+.$$

2. Giả sử hàm số f xác định trên khoảng $(a ; x_0)$ $(x_0 \in \mathbb{R})$. Ta nói rằng hàm số f có **giới hạn bên trái** là số thực L khi x dần đến x_0 (hoặc tại điểm x_0) nếu với mọi dãy số (x_n) trong khoảng $(a ; x_0)$ mà $\lim x_n = x_0$, ta đều có $\lim f(x_n) = L$.

Khi đó ta viết

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = L \text{ hoặc } f(x) \to L \text{ khi } x \to x_0^-.$$

HOẠT ĐỘNG 4

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 5

Câu 1. Cho hàm số f(x) = 2x 1. Khi đó $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) - 2 ;

(c) $-\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (a).

Câu 2. Cho hàm số f(x) = 2x - 1. Khi đó $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) - 2 ;

(c) $-\frac{1}{2}$; (d) $\frac{3}{2}$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (a).

Câu 3. Cho hàm số f(x) = 2x - 1.

(a) Hàm số đã cho có giới hạn trái và giới hạn phải tại 1 bằng nhau ;

(b) Hàm số đã cho có giới hạn trái và giới hạn phải tại 1 bằng 1 ;

(c) Hàm số đã cho có giới hạn tại 1 ;

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai.

Chọn câu trả lời **sai**

Trả lời. (d).

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & khi \quad x > 0 \\ x+1 & khi \quad x \le 0 \end{cases}$. Khi đó $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ bằng:

(a) -1 ; (b) 2 ;

(c) 1 ; (d) Một kết quả khác.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (c).

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & khi \ \ x > 0 \\ x+1 & khi \ \ x \le 0 \end{cases}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) 1 ; (d) Một kết quả khác.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (a).

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & khi \ \ x > 0 \\ x+1 & khi \ \ x \le 0 \end{cases}$

(a) Hàm số đã cho có giới hạn trái và giới hạn phải tại 0 bằng nhau ;

(b) Hàm số đã cho có giới hạn trái và giới hạn phải tại 0 khác nhau ;

(c) Hàm số đã cho có giới hạn tại 0 ;

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (b).

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2x-1} & khi \ \ x > 0 \\ x-1 & khi \ \ x \le 0 \end{cases}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ bằng:

(a) -1 ; (b) 2 ;

(c) 1 ; (d) Một kết quả khác.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (a).

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2x-1} & khi \ \ x > 0 \\ x-1 & khi \ \ x \le 0 \end{cases}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ bằng:

(a) -1 ; (b) 2 ;

(c) 1 ; (d) Một kết quả khác.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (a).

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & khi \quad x > 0 \\ x+1 & khi \quad x \leq 0 \end{cases}$.

(a) Hàm số đã cho có giới hạn trái và giới hạn phải tại 0 bằng nhau ;

(b) Hàm số đã cho có giới hạn trái và giới hạn phải tại 0 khác nhau ;

(c) Hàm số đã cho không có giới hạn tại 0 ;

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (a).

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = |x-1|$. Khi đó $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ bằng:

(a) -1 ; (b) 0 ;

(c) 1 ; (d) Một kết quả khác.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (b).

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = |x-1|$. Khi đó $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$ bằng:

(a) -1 ; (b) 0 ;

(c) 1 ; (d) Một kết quả khác.

Chọn cấu trả lời đúng.

Trả lời. (b).

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = |x-1|$.

(a) Hàm số đã cho có giới hạn trái và giới hạn phải tại 1 bằng nhau ;

(b) Hàm số đã cho có giới hạn trái và giới hạn phải tại 1 khác nhau ;

(c) Hàm số đã cho không có giới hạn tại 1 ;

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (a).

HOẠT ĐỘNG 5

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 26. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp định nghĩa giới hạn một bên.

Đáp số. a) 0; b) 10 ;

c) $+\infty$; d) $-\infty$.

Bài 27. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp định nghĩa giới hạn một bên.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính giới hạn bên phải tại 2.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với mọi $x > 2$, ta có $\|x-2\| = x-2$. Do đó $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\|x-2\|}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x-2}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^+} 1 = 1.$
Câu hỏi 2 Tính giới hạn bên trái tại 2.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với mọi $x < 2$, ta có $\|x-2\| = 2-x$. Do đó $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{\|x-2\|}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{2-x}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^-} (-1) = -1.$
Câu hỏi 3 Em nhận xét gì về hai giới hạn trên	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hai giới hạn bằng nhau.
Câu hỏi 4 Tính $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\|x-2\|}{x-2}$..	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Bằng -1.

Bài 28. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp định nghĩa giới hạn một bên.

a) Sử dụng phương pháp rút gọn biểu thức.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x+2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{x+2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = \dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x+2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} = \dfrac{2}{-1} = -2.$

b) Sử dụng phương pháp rút gọn biểu thức.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{4-x^2}{\sqrt{2-x}}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{4-x^2}{\sqrt{2-x}} = \dfrac{(2-x)(2+x)}{\sqrt{2-x}}$ $= (x+2)\sqrt{2-x}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{4-x^2}{\sqrt{2-x}}$ $= \lim\limits_{x\to 2^-} (x+2)\sqrt{2-x} = 0.$

c) Sử dụng phương pháp rút gọn biểu thức.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Câu hỏi 2 Tính $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x^2+3x+2}{\sqrt{x^5+x^4}}$.	$\dfrac{x^2+3x+2}{\sqrt{x^5+x^4}}=\dfrac{(x+1)(x+2)}{x^2\sqrt{x+1}}$ $=\dfrac{\sqrt{x+1}(x+2)}{x^2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x^2+3x+2}{\sqrt{x^5+x^4}}=0.$

d) Sử dụng phương pháp rút gọn biểu thức.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{\sqrt{x^2-7x+12}}{\sqrt{9-x^2}}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{\sqrt{x^2-7x+12}}{\sqrt{9-x^2}}=\dfrac{\sqrt{(3-x)(4-x)}}{\sqrt{(3-x)(3+x)}}$ $=\dfrac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{3+x}}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{\sqrt{x^2-7x+12}}{\sqrt{9-x^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Bài 29. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp định nghĩa giới hạn một bên.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính giới hạn bên phải tại -2. **Câu hỏi 2** Tính giới hạn bên trái tại	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với mọi $x>-2$, ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+}f(x)=3$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

-2.	Với mọi $x < -2$, ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x) = 3$.
Câu hỏi 3 Em nhận xét gì về hai giới hạn trên	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hai giới hạn bằng nhau.
Câu hỏi 4 Tính $\lim\limits_{x\to-2} f(x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Bằng 3.

Luyện tập
(tiết 9)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn lại :

Định nghĩa giới hạn hàm số.

- Giới hạn một bên.

2. Kĩ năng

Vận dụng thành thạo tính chất của giới hạn của hàm số để tìm các giới hạn của các hàm số sơ cấp.

Vận dụng thành thạo các quy tắc của giới hạn một bên để tìm giới hạn một bên của hàm số, từ đó chứng minh hàm số có giới hạn tại một điểm nào đó.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1} & khi \quad x\geq 1\\ 3x-1 & khi \quad x<1\end{cases}$

Tính các giới hạn sau :

a) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$; b) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.

Câu hỏi 2

Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x} & khi \quad x\geq 0\\ -3x-1 & khi \quad x<0\end{cases}$

Tính các giới hạn sau :

a) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$; b) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 30. Nhằm ôn lại giới hạn của hàm số.

Đáp số.

a) 5 ; b) $\frac{7}{8}$; c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$;

d) 2 ; e) 3 ; f) 3.

Bài 31. Nhằm ôn lại giới hạn của hàm số.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}}\dfrac{x^3+2\sqrt{2}}{x^2-2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{x^3+2\sqrt{2}}{x^2-2}=\dfrac{(x+\sqrt{2})(x^2-x\sqrt{2}+2)}{(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})}$ $=\dfrac{x^2-x\sqrt{2}+2}{x-\sqrt{2}}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}}\dfrac{x^3+2\sqrt{2}}{x^2-2}=\dfrac{6}{-2\sqrt{2}}=-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^4-27x}{2x^2-3x-9}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{x^4-27x}{2x^2-3x-9}=\dfrac{x(x-3)(x^2+3x+9)}{(x-3)(2x+3)}$ $=\dfrac{x(x^2+3x+9)}{2x+3}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^4-27x}{2x^2-3x-9}=9$

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4-16}{x^2+6x+8}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{x^4-16}{x^2+6x+8}=\dfrac{(x^2-4)(x^2+4)}{(x+2)(x+4)}$ $=\dfrac{(x-2)(x^2+4)}{x+4}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4-16}{x^2+6x+8}=-16$..

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{1-x}+x-1}{\sqrt{x^2-x^3}}$..	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{\sqrt{1-x}+x-1}{\sqrt{x^2-x^3}}=\dfrac{\sqrt{1-x}-(1-x)}{\lvert x\rvert\sqrt{1-x}}$ $=\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{\lvert x\rvert}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{1-x}+x-1}{\sqrt{x^2-x^3}}=1$.

Bài 33. Nhằm ôn lại giới hạn của hàm số.

Đáp số.

a) 1 ; b) 2 ;

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tập xác định của hàm số. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x}+2x}{2x+3}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x^2+x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq -1$ hoặc $x\geq 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\dfrac{\sqrt{x^2+x}+2x}{2x+3}=\dfrac{\lvert x\rvert\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+2x}{2x+3}$ $=\dfrac{-x\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+2x}{2x+3}=\dfrac{-\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+2}{2+\dfrac{3}{x}}$ Do đó $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x}+2x}{2x+3}=\dfrac{1}{2}$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tập xác định của hàm số. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\sqrt{\dfrac{x}{2x^4+x^2+1}}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x\geq 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\sqrt{\dfrac{x}{2x^4+x^2+1}}$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x(x+1)^2}{2x^4+x^2+1}}=0$.

Bài 33. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa về giới hạn một bên.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính giới hạn bên phải tại 2.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Câu hỏi 2 Tính giới hạn bên trái tại 2.	Với mọi $x > 2$, ta có $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 5$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với mọi $x < 2$, ta có $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 3$.
Câu hỏi 3 Em nhận xét gì về hai giới hạn trên	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hai giới hạn khác nhau.
Câu hỏi 4 Tính $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** không tồn tại.

§6. Một vài quy tắc tìm giới hạn vô cực (tiết 12)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Các quy tắc tìm giới hạn vô cực của hàm số tại một điểm và tại vô cực.

2. Kĩ năng

Sau khi học xong bài này HS cần giải thành thạo các dạng toán về giới hạn tại vô cực của hàm số.

• Vận dụng định lí để chứng minh hàm số có giới hạn hoặc không có giới hạn vô cực.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

• Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

• Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

• Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

• Cần ôn lại một số kiến thức đã học về giới hạn dãy số, hàm số.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết .

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tìm giới hạn của các hàm số sau đây

a) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{1-x}{x^2-1}$;

b) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{1-x}{x^2-1}$

Câu hỏi 2

Tìm giới hạn của các hàm số sau đây

a) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{1-\sqrt{x}}{x^2-1}$;

b) $\lim\limits_{x\to 1^{+-}} \dfrac{1-\sqrt{x}}{x^2-1}$

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Định lí và quy tắc 1.

• GV đặt vấn đề :

Tìm tập xác định của hàm số sau :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1} & \text{khi } x>1\\ x-1 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$$

H1. Tính f(1).

H2. Tìm $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{1}{x-1}$.

H3. Tìm $\lim\limits_{x\to 1^-} (x-1)$.

H4. Liệu có tìm được giới hạn của hàm số khi $x\to 1$ hay không?

• GV nêu định lí :

Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} |f(x)| = +\infty$ thì $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{1}{f(x)} = 0$.

H5. $\lim\limits_{x \to 1} \left| \dfrac{1}{x-1} \right| = +\infty$, đúng hay sai ?

H6. $\lim\limits_{x \to 1} (x-1) = 0$, đúng hay sai ?

• GV nêu quy tắc :

Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \pm\infty$ và $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = L \neq 0$ thì $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x)g(x)]$ được cho trong bảng sau :

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$	Dấu của L	$\lim\limits_{x \to x_0} [f(x)g(x)]$
$+\infty$	$+$	$+\infty$
$+\infty$	$-$	$-\infty$
$-\infty$	$+$	$-\infty$
$-\infty$	$-$	$+\infty$

• Thực hiện ví dụ 1 trong 4'

a)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Nếu đặt x^3 làm thừa số, ta được biểu thức nào? **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $2x^3 - x^2 + 3x - 5$ $= x^3\left(2 - \dfrac{1}{x} + \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{5}{x^3}\right)$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to -\infty}\left(2 - \dfrac{1}{x} + \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{5}{x^3}\right) = 2 > 0$ nên $\lim\limits_{x \to -\infty} (2x^3 - x^2 + 3x - 5) = -\infty$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\left\|2x^3 - x^2 + 3x - 5\right\|$ **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left\|2x^3 - x^2 + 3x - 5\right\| = +\infty$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2x^3 - x^2 + 3x - 5} = 0.$

• Thực hiện ví dụ 2 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nếu đặt |x| làm thừa số, ta được biểu thức nào? **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt{3x^2 - 5x} = \sqrt{x^2\left(3 - \dfrac{5}{x}\right)}$ $= \|x\|\sqrt{3 - \dfrac{5}{x}}.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}\|x\| = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{3 - \dfrac{5}{x}} = \sqrt{3} > 0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{3x^2 - 5x} = +\infty.$

• Thực hiện **H1** trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nếu đặt x làm thừa số, ta được biểu thức nào? **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt[3]{x^2 - 2x^3} = x\sqrt[3]{-2 + \frac{1}{x}}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt[3]{-2 + \frac{1}{x}} = \sqrt[3]{-2} < 0$ nên $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt[3]{x^2 - 2x^3} = -\infty$.

HOẠT ĐỘNG 2

Quy tắc 2

• GV nêu quy tắc 2:

Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L \neq 0$, $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = 0$ *và* $g(x) > 0$ *hoặc* $g(x) < 0$ *với mọi* $x \in J \setminus \{x_0\}$, *trong đó* J *là một khoảng nào đó chứa* x_0 *thì* $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ *được cho trong bảng sau :*

Dấu của L	Dấu của $g(x)$	$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
+	+	$+\infty$
+	−	$-\infty$
−	+	$-\infty$
−	−	$+\infty$

• Thực hiện ví dụ 3 trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nhận dạng biểu thức trong giới hạn. **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Dạng $\frac{f(x)}{g(x)}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to -2} (2x + 1) = -3 < 0,$ $\lim\limits_{x \to -2} (x + 2)^2 = 0$ và $(x + 2)^2 > 0$ với mọi $x \neq -2$. Do đó $\lim\limits_{x \to -2} \frac{2x + 1}{(x + 2)^2} = -\infty.$

• Thực hiện ví dụ 4 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nhận dạng biểu thức trong giới hạn. **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Dạng $\frac{f(x)}{g(x)}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to 2^+} (x^2 + x - 2) = 4 > 0,$ $\lim\limits_{x \to 2^+} (x - 2) = 0$ và $x - 2 > 0$ với mọi $x > 2$ nên $\lim\limits_{x \to 2^+} \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = +\infty.$

• Thực hiện H2 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nhận dạng biểu thức trong giới hạn. **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Dạng $\frac{f(x)}{g(x)}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim\limits_{x \to 2^-} (x^2 + x - 2) = 2^2 + 2 - 2 = 4 > 0$, $\lim\limits_{x \to 2^-} (x - 2) = 0$ và $x - 2 < 0$ với mọi $x < 2$ nên $\lim\limits_{x \to 2^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = -\infty$.

• Thực hiện ví dụ 5 trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử thức và mẫu thức cho x^3 ta được biểu thức nào? **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{2x^3 - 5x^2 + 1}{x^2 - x + 1} = \frac{2 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^3}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(2 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^3}\right) = 2 > 0$, $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) = 0$ và

	$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x}\left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) < 0$ với $x < 0$ nên $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2x^3 - 5x^2 + 1}{x^2 - x + 1} = -\infty.$

HOẠT ĐỘNG 3

TÓM TẮT BÀI HỌC

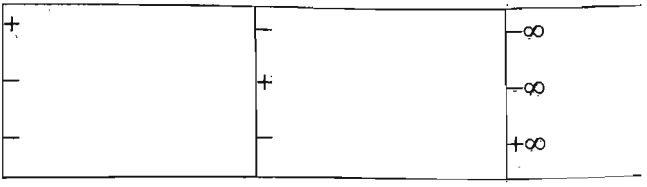
1. Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} |f(x)| = +\infty$ thì $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$.

2. Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \pm\infty$ và $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = L \neq 0$ thì $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x)g(x)]$ được cho trong bảng sau :

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$	Dấu của L	$\lim\limits_{x \to x_0} [f(x)g(x)]$
$+\infty$	$+$	$+\infty$
$+\infty$	$-$	$-\infty$
$-\infty$	$+$	$-\infty$
$-\infty$	$-$	$+\infty$

3. Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L \neq 0$, $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = 0$ và $g(x) > 0$ hoặc $g(x) < 0$ với mọi $x \in J \setminus \{x_0\}$, trong đó J là một khoảng nào đó chứa x_0 thì $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ được cho trong bảng sau :

Dấu của L	Dấu của $g(x)$	$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
$+$	$+$	$+\infty$



HOẠT ĐỘNG 4

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 6

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (c).

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$,

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (d).

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}.\sqrt{x+3}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$,

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (d).

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}.\sqrt{x+3}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (c).

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^5 + x^2}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (d).

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^5 + x^2}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (d).

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x^6 - x^3}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (c).

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x^6 - x^3}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (d).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 34. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp quy tắc 1.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Đặt x^3 làm thừa số ta được biểu thức nào? **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x^3(3-\frac{5}{x}+\frac{7}{x^3})$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $-\infty$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Đặt x^2 làm thừa số ta được biểu thức nào? **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt{2x^4-3x+12}=x^2\sqrt{2-\frac{3}{x^3}+\frac{12}{x^4}}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{2-\frac{3}{x^3}+\frac{12}{x^4}}=\sqrt{2}>0$, nên $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{2x^4-3x+12}=+\infty$.

Bài 35. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp quy tắc 1.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x \to 2^+} (2x + 1)$ **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x \to 2^+} (x - 2)$. **Câu hỏi 3** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x \to 2^+} (2x + 1) = 5$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to 2^+} (x - 2) = 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{2x + 1}{x - 2} = +\infty$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x \to 2^-} (2x + 1)$ **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x \to 2^-} (x-2)$. **Câu hỏi 3** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x \to 2^-} (2x + 1) = 5$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to 2^-} (x-2) = 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{2x+1}{x - 2} = -\infty$.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy quy đồng mẫu số biểu	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

thức tính giới hạn. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x \to 0} (x - 1)$. **Câu hỏi 3** Tính $\lim\limits_{x \to 0} x^2$ **Câu hỏi 4** Kết luận.	$\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = \lim\limits_{x \to 0} \frac{x - 1}{x^2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to 0} (x - 1) = -1$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = -\infty.$

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy quy đồng mẫu số biểu thức tính giới hạn. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x \to 2^-} (x + 1)$. **Câu hỏi 3** Tính $\lim\limits_{x \to 2^-} (x^2 - 4)$. **Câu hỏi 4** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{1}{x - 2} - \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{x + 1}{x^2 - 4}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to 2^-} (x + 1) = 3 > 0.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{x \to 2^-} (x^2 - 4) = 0.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $\lim\limits_{x \to 2^-} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{1}{x^2 - 4} \right) = -\infty.$

Bài 36. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp quy tắc 2.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chia cả tử số và mẫu số cho x^2 ta được biểu thức nào? **Câu hỏi 2** Tìm giới hạn của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{x-\dfrac{5}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $+\infty$.

b) Sử dụng phương pháp rút gọn biểu thức.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=\dfrac{x^2\sqrt{1-\dfrac{1}{x^3}}}{1-2x}=\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^3}}}{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{1-\dfrac{1}{x^3}}=1$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}\right)=0$ và $\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}>0$ với mọi $x<0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=+\infty$.

Bài 37. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp định nghĩa giới hạn một bên.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2}{(x-1)^2}$ **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x+1}{2x-3}$ **Câu hỏi 3** Tính $\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{2}{(x-1)^2}\cdot\dfrac{2x+1}{2x-3}\right]$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2}{(x-1)^2}=+\infty$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x+1}{2x-3}=\dfrac{3}{-1}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{2}{(x-1)^2}.\dfrac{2x+1}{2x-3}\right]=-\infty$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Phân tích biểu thức trong giới hạn. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5}{(x-1)(x^2-3x+2)}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{5}{(x-1)(x^2-3x+2)}=\dfrac{1}{(x-1)^2}\ \dfrac{5}{x-2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{(x-1)^2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5}{x-2}=-5<0$ nên $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5}{(x-1)(x^2-3x+2)}=-\infty$.

§7. Các dạng vô định
(tiết 13)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Các quy tắc tìm giới hạn dạng $\frac{0}{0}$ và $\frac{\infty}{\infty}$.
- Các quy tắc tìm giới hạn dạng $\infty - \infty$.

2. Kĩ năng

- Giản ước hoặc tách các thừa số
- Nhân với biểu thức liên hợp của một biểu thức đã cho.
- Chia cho x^p khi $x \to +\infty$ hoặc $x \to -\infty$, ...

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về giới hạn dãy số, hàm số.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết .

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tìm giới hạn của các hàm số sau đây

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{x^2-1}$; b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{x^2-x}$

Câu hỏi 2

Tìm giới hạn của các hàm số sau đây

a) $\lim\limits_{x\to 1}\left[(x-1).\dfrac{x}{x^3-1}\right]$; b) $\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{2}{x^3-1}\right]$

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Đặt vấn đề

• GV đặt vấn đề như sau:

H1. Trong câu hỏi 1, ở câu a), câu b) biểu thức có dạng $\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}$. Hãy cho biết

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$ bằng bao nhiêu ?

H2. Trong câu hỏi 1, ở câu a), câu b) biểu thức có dạng $\lim\limits_{x\to 1} f(x).g(x)$. Hãy cho biết

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$ bằng bao nhiêu ?

• GV đặt vấn đề như sách giáo khoa :

Khi giải các bài toán về giới hạn, ta có thể gặp một số trường hợp sau đây :

1) Tìm $\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}$ *trong đó* $\lim f(x) = \lim g(x) = 0$ *hoặc* $\lim f(x) = \pm\infty$, $\lim g(x) = \pm\infty$.

2) Tìm $\lim[f(x)g(x)]$, *trong đó* $\lim f(x) = 0$, $\lim g(x) = \pm\infty$.

3) Tìm $\lim[f(x) - g(x)]$, trong đó $\lim f(x) = \lim g(x) = +\infty$

hoặc $\lim f(x) = \lim g(x) = -\infty$.

(Khi $x \to x_0$, hoặc $x \to x_0^+$, $x \to x_0^-$, $x \to +\infty$, $x \to -\infty$).

HOẠT ĐỘNG 2

1. Dạng $\frac{0}{0}$ và $\frac{\infty}{\infty}$

• Thực hiện ví dụ 1 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Biểu thức liên hợp của tử số là biểu thức nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x + \sqrt{2x-1}$.
Câu hỏi 2 Khi nhân cả tử số và mẫu số với cùng một biểu thức liên hợp ta được biểu thức nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - 12x + 11}$ $= \frac{(x - \sqrt{2x-1})(x + \sqrt{2x-1})}{(x^2 - 12x + 11)(x + \sqrt{2x-1})}$ $= \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)(x-11)(x + \sqrt{2x-1})}$ $= \frac{x-1}{(x-11)(x + \sqrt{2x-1})}$
Câu hỏi 3 Tính $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - 12x + 11}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - 12x + 11}$ $= \lim\limits_{x \to 1} \frac{x-1}{(x-11)(x + \sqrt{2x-1})} = 0.$

• Thực hiện H1 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trong dấu giới hạn.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{x^4-16}{x^3+2x^2}=\frac{(x^2-4)(x^2+4)}{x^2(x+2)}$ $=\frac{(x-2)(x^2+4)}{x^2}$
Câu hỏi 2 Tính $\lim\limits_{x\to-2}\frac{x^4-16}{x^3+2x^2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to-2}\frac{x^4-16}{x^3+2x^2}=-8$.

• Thực hiện ví dụ 2 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định dạng của biểu thức trong dấu giới hạn.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$.
Câu hỏi 2 Chia cả tử số và mẫu số cho x^3 ta được biểu thức nào	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{\sqrt{x^6-3x}}{2x^2+1}=-\frac{x^3\sqrt{1-\frac{3}{x^5}}}{2x^2+1}$ $=-\frac{\sqrt{1-\frac{3}{x^5}}}{\frac{2}{x}+\frac{1}{x^3}}$.
Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**

Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^6-3x}}{2x^2+1}$.	Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{1-\dfrac{3}{x^5}}=1$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^3}\right)=0$ và $\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^3}<0$ với mọi $x<0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^6-3x}}{2x^2+1}=+\infty$.

• Thực hiện **H2** trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định dạng của biểu thức trong dấu giới hạn. **Câu hỏi 2** Chia cả tử số và mẫu số cho x^3 ta được biểu thức nào **Câu hỏi 3** Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^6-3x}}{2x^2+1}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có dạng vô định $\dfrac{\infty}{\infty}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\dfrac{\sqrt{x^6-3x}}{2x^2+1}=\dfrac{x^3\sqrt{1-\dfrac{3}{x^5}}}{2x^2+1}$ $=\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{3}{x^5}}}{\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^3}}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{1-\dfrac{3}{x^5}}=1$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^3}\right)=0$ và $\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^3}>0$ với mọi $x<0$ nên

	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^6-3x}}{2x^2+1}=+\infty.$

HOẠT ĐỘNG 3

2. Dạng 0.∞

• Thực hiện ví dụ 3 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định dạng của biểu thức trong dấu giới hạn. **Câu hỏi 2** Rút gọn biểu thức trong dấu giới hạn. **Câu hỏi 3** Tính $\lim\limits_{x\to2^+}(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có dạng vô định 0.∞. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}$ $=(x-2)\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{(x-2)(x+2)}}$ $=\dfrac{\sqrt{x-2}.\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{x\to2^+}(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}$ $=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x-2}.\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}=\dfrac{0.\sqrt{2}}{2}=0.$

HOẠT ĐỘNG 4

3. Dạng $\infty - \infty$

• Thực hiện ví dụ 4 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định dạng của biểu thức trong dấu giới hạn. **Câu hỏi 2** Xác định biểu thức liên hợp của biểu thức dưới dấu giới hạn. **Câu hỏi 3** Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{1+x}-\sqrt{x})$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có dạng vô định $\infty - \infty$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sqrt{1+x}+\sqrt{x}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\sqrt{1+x}-\sqrt{x} = \dfrac{(\sqrt{1+x}-\sqrt{x})(\sqrt{1+x}+\sqrt{x})}{\sqrt{1+x}+\sqrt{x}}$ $= \dfrac{1}{\sqrt{1+x}+\sqrt{x}}$. Do đó $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{1+x}-\sqrt{x})$ $= \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{1+x}+\sqrt{x}} = 0.$

HOẠT ĐỘNG 5

TÓM TẮT BÀI HỌC

1) Tìm $\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}$, trong đó $\lim f(x) = \lim g(x) = 0$ hoặc $\lim f(x) = \pm\infty$,

$\lim g(x) = \pm\infty$.

2) Tìm $\lim[f(x)g(x)]$, trong đó $\lim f(x) = 0$, $\lim g(x) = \pm\infty$.

3) Tìm $\lim[f(x) - g(x)]$, trong đó $\lim f(x) = \lim g(x) = +\infty$

hoặc $\lim f(x) = \lim g(x) = -\infty$.

(Khi $x \to x_0$, hoặc $x \to x_0^+$, $x \to x_0^-$, $x \to +\infty$, $x \to -\infty$).

Khi đó không áp dụng được các định lí về giới hạn hữu hạn cũng như các quy tắc tìm giới hạn vô cực. Ta gọi đó là các dạng vô định và kí hiệu chúng, theo thứ tự, là

1) $\frac{0}{0}$ $\frac{\infty}{\infty}$; 2) $0.\infty$; 3) $\infty - \infty$.

Khi tìm giới hạn các dạng này, ta cần thực hiện một vài phép biến đổi để có thể sử dụng được các định lí và quy tắc đã biết. Làm như vậy gọi là *khử dạng vô định*.

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 7

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 1}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (a).

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ Khi đó $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $\frac{1}{2}$; (d) $-\frac{1}{2}$

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (d).

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 0;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (b).

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ bằng:

(a) -1 ; (b) -3 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (a).

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-2}}{x+1}$ Khi đó $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (a).

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-2}}{x+1}$ Khi đó $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (c).

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (c).

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ bằng:

(a) 1 ; (b) 2 ;

(c) $-\infty$; (d) $+\infty$.

Chọn câu trả lời đúng.

Trả lời. (d).

HOẠT ĐỘNG 7

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP TRONG SÁCH GIÁO KHOA

Bài 38. Nhằm ôn lại giới hạn vô cực dạng $\frac{0}{0}$.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)}$ $= \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$
Câu hỏi 2 Tính $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$ $= 3$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}=\dfrac{(x+3)(2x-1)}{(x+3)^2}$ $=\dfrac{2x-1}{x+3}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}=-\infty$.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}=\dfrac{(x+3)(2x-1)}{(x+3)^2}$ $=\dfrac{2x-1}{x+3}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}=+\infty$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Ta sử dụng phương pháp nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Nhân liên hợp. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

Câu hỏi 2	
Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^3+1}-1}{x^2+x}$.	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^3+1}-1}{x^2+x}$ = $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{x(x+1)(\sqrt{x^3+1}+1)}$ = $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{(x+1)(\sqrt{x^3+1}+1)}=0$.

Bài 39. Nhằm ôn lại giới hạn vô cực dạng $\dfrac{\infty}{\infty}$.

a) *Đáp số.* 0.

b)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{2x^2-7x+12}}{3\lvert x\rvert-17}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{\sqrt{2x^2-7x+12}}{3\lvert x\rvert-17}=\dfrac{\lvert x\rvert\sqrt{2-\dfrac{7}{x}+\dfrac{12}{x^2}}}{\lvert x\rvert\left(3-\dfrac{17}{\lvert x\rvert}\right)}$ $=\dfrac{\sqrt{2-\dfrac{7}{x}+\dfrac{12}{x^2}}}{3-\dfrac{17}{\lvert x\rvert}}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{2x^2-7x+12}}{3\lvert x\rvert-17}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Bài 40. Nhằm ôn lại giới hạn vô cực dạng $0.\infty$.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to(-1)^+}(x^3+1)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-1}}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $(x^3+1)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-1}}$ $=\sqrt{x+1}\,(x^2-x+1)\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to(-1)^+}(x^3+1)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-1}}=0.$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+2)\sqrt{\dfrac{x-1}{x^3+x}}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự đưa vào căn thức. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+2)\sqrt{\dfrac{x-1}{x^3+x}}$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{(x+2)^2(x-1)}{x^3+x}}=1.$

Bài 41. Nhằm ôn lại giới hạn vô cực dạng $\infty-\infty$ và $\dfrac{0}{0}$

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên sau khi nhân liên hợp.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự làm.

Câu hỏi 2 Tính $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - x\right)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$ $= \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = 0.$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{\sqrt{2x - x^2} - 1}{x^2 - x}$ $= \dfrac{2x - x^2 - 1}{x(x - 1)\left(\sqrt{2x - x^2} + 1\right)}$ $= \dfrac{-(x - 1)^2}{x(x - 1)\left(\sqrt{2x - x^2} + 1\right)}$ $= \dfrac{1 - x}{x\left(\sqrt{2x - x^2} + 1\right)}$
Câu hỏi 2 Tính $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{2x - x^2} - 1}{x^2 - x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{2x - x^2} - 1}{x^2 - x} = 0.$

Luyện tập
(tiết 14)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn lại

Một vài quy tắc tìm giới hạn vô cực.

• Các dạng vô định.

2. Kĩ năng

Vận dụng thành thạo tính chất của giới hạn vô cực của hàm số để tìm các giới hạn của các hàm số sơ cấp.

Vận dụng thành thạo các quy tắc của các dạng vô định để tìm giới hạn hàm số.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

• Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

• Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

• Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết .

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x-1}$

Tính các giới hạn sau :

a) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$; b) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.

Câu hỏi 2

Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

Tính các giới hạn sau :

a) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$; b) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 42. Nhằm ôn lại giới hạn của hàm số.

Đáp số.

a) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+1}{x^2}=+\infty$;

b) 12; c) $\dfrac{1}{6}$; d) $\dfrac{1}{4}$; e) $+\infty$.

f)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

	$\frac{\sqrt{x^4+4}}{x+4} = \frac{x^2\sqrt{1+\frac{4}{x^4}}}{x+4} = \frac{\sqrt{1+\frac{4}{x^4}}}{1+\frac{4}{x^2}}.$
Câu hỏi 2 Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4+4}}{x+4}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} x\sqrt{1+\frac{4}{x^4}} = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}(1+\frac{4}{x}) = 1$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4+4}}{x+4} = -\infty$.

Bài 43. Nhằm ôn lại giới hạn của hàm số dạng $\frac{0}{0}$

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{x^3+3\sqrt{3}}{3-x^2} = \frac{\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x^2-x\sqrt{3}+3\right)}{\left(x+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}-x\right)}$ $= \frac{x^2-x\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}-x}$
Câu hỏi 2 Tính $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}\frac{x^3+3\sqrt{3}}{3-x^2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}\frac{x^3+3\sqrt{3}}{3-x^2} = \frac{9}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Câu hỏi 2 Tính $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-4x}$.	$\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-4x}=\dfrac{1}{x(\sqrt{x}+2)}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-4x}=\dfrac{1}{16}$

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-x}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-x}=\dfrac{1}{x\sqrt{x+1}}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $+\infty$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{3x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{3x}=\dfrac{x+1}{3(\sqrt{x^2+x+1}+1)}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{3x}=\dfrac{1}{6}$

Bài 44. Nhằm ôn lại giới hạn của hàm số dạng $\dfrac{0}{0}$

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to-\infty} x\sqrt{\dfrac{2x^3+x}{x^5-x^2+3}}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x\sqrt{\dfrac{2x^3+x}{x^5-x^2+3}} = -\lvert x\rvert\sqrt{\dfrac{2x^3+x}{x^5-x^2+3}}$ $= -\sqrt{\dfrac{x^2(2x^3+x)}{x^5-x^2+3}} = -\sqrt{\dfrac{2+\dfrac{1}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{3}{x^5}}}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to-\infty} x\sqrt{\dfrac{2x^3+x}{x^5-x^2+3}} = -\sqrt{2}$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn biểu thức trên. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\lvert x\rvert+\sqrt{x^2+x}}{x+10}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{\lvert x\rvert+\sqrt{x^2+x}}{x+10} = \dfrac{-x-x\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}}{x+10}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\lvert x\rvert+\sqrt{x^2+x}}{x+10} = -2$.

Hai câu còn lại làm tương tự.

Đáp số.

c) $-\infty$; d) $+\infty$.

Bài 45.

Đáp số. a) $+\infty$; b) $\dfrac{1}{2}$; c) 0; d) $+\infty$.

§8. Hàm số liên tục
(tiết 15, 16)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

• Định nghĩa hàm số liên tục tại một điểm.

Hàm số liên tục trên một khoảng.

Một số định lí cơ bản về hàm số liên tục.

2. Kĩ năng

Sau khi học xong bài này HS chứng minh được hàm số liên tục hoặc không liên tục tại một điểm, trên một khoảng.

Chứng minh phương trình có nghiệm trên (a ; b).

3. Thái độ

Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II.CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị phấn màu, và một dụng đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức hai bài đã học

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục II.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY - HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tìm giới hạn trái và giới hạn phải của các hàm số sau đây tại các điểm đã chỉ ra.

a) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x} + 1 & \text{nếu } x \geq 0 \\ 2x + 1 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$ tại x = 0.

b) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{3x} + 1 & \text{nếu } x \geq 1 \\ 3x + 1 & \text{nếu } x < 1 \end{cases}$ tại x = 0.

Câu hỏi 2

Hãy nêu một vài ví dụ về hàm số có giới hạn trái và giới hạn phải bằng nhau tại một điểm nào đó.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Hàm số liên tục tại một điểm

• GV nêu định nghĩa hàm liên tục:

*Giả sử hàm số f xác định trên khoảng (a ; b) và $x_0 \in (a ; b)$. Hàm số f được gọi là **liên tục** tại điểm x_0 nếu*

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0).$$

*Hàm số không liên tục tại điểm x_0 được gọi là **gián đoạn** tại điểm x_0.*

• GV nêu ví dụ 1. Cho HS tự giải thích về sự liên tục của hàm số.

• Thực hiện **H1** trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim_{x \to 0} f(x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \lvert x \rvert = 0.$

Câu hỏi 2 Tính f(0). **Câu hỏi 3** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f(0) = 0$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số $f(x) = \|x\|$ liên tục tại điểm $x = 0$.

H1. Hàm số sau có liên tục tại x = 2 không ?

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}.$$

H2. Hàm số sau có liên tục tại x = 2 không ?

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 2 trong 4'. GV có thể thay bằng ví dụ khác.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ **Câu hỏi 2** Tính f(-1). **Câu hỏi 3** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = \lim\limits_{x \to -1} (x^2 + 1) = 2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f(-1) = \frac{1}{2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Vì $\lim\limits_{x \to -1} f(x) \neq f(-1)$ nên hàm số f gián đoạn tại điểm $x = -1$.

• Thực hiện **H2** trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} (x - 1) = 0$.

Câu hỏi 2 Tính f(1). **Câu hỏi 3** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f(1) = 2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số f gián đoạn tại điểm $x = 1$.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Hàm số liên tục trên một khoảng, trên một đoạn

• GV nêu định nghĩa:

a) Giả sử hàm số f xác định trên tập hợp J, trong đó J là một khoảng hoặc hợp của nhiều khoảng. Ta nói rằng ***hàm số f liên tục trên J*** *nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc tập hợp đó.*

b) Hàm số f xác định trên đoạn [a ; b] được gọi là ***liên tục trên đoạn*** *[a ; b] nếu nó liên tục trên khoảng (a ; b) và*

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a), \quad \lim_{x \to b^-} f(x) = f(b).$$

GV cho HS lấy một số ví dụ về hàm liên tục và không liên tục tại một điểm, trên một khoảng.

H3. Đồ thị hình 4.12 là đồ thị của hàm có liên tục trên (–1 ; 1) hay không?

H4. Đồ thị hình 4.13 là đồ thị của hàm có liên tục trên (–∞ ; 2) hay không?

• Thực hiện ví dụ 3 trong 4'. GV có thể thay bởi ví dụ khác.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tập xác định của hàm số. **Câu hỏi 2** Hàm số có liên tục trên khoảng (-1 ; 1) hay không ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số đã cho xác định trên đoạn [–1 ; 1]. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có.

Câu hỏi 3 Tìm $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x) = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \sqrt{1-x^2}$ $= 0 = f(-1)$.
Câu hỏi 4 Tìm $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} \sqrt{1-x^2}$ $= 0 = f(1)$.
Câu hỏi 5 Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 5** Do đó hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-1 ; 1]$.

• GV nêu chú ý :

Tính liên tục của hàm số trên các nửa khoảng $[a ; b)$, $(a ; b]$, $[a ; +\infty)$ và $(-\infty ; b]$ được định nghĩa tương tự như tính liên tục của hàm số trên một đoạn.

• Thực hiện **H3** trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Khi nào hàm số f liên tục trên nửa khoảng $[-1 ; +\infty)$?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số f liên tục trên nửa khoảng $[-1 ; +\infty)$ nếu nó liên tục trên khoảng $(-1 ; +\infty)$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x) = f(-1)$.
Câu hỏi 2 Hãy chứng minh nhận định trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì với mỗi $x_0 \in (-1 ; +\infty)$, ta có $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0} \sqrt{x+1}$ $= \sqrt{x_0+1} = f(x_0)$, nên hàm số liên

	tục trên khoảng $(-1 ; +\infty)$. Ngoài ra $\lim_{x \to (-1)^+} f(x) = \lim_{x \to (-1)^+} \sqrt{x+1}$ $= 0 = f(-1)$. Do đó hàm số f liên tục trên nửa khoảng $[-1 ; +\infty)$.

• GV nêu nhận xét :

Từ định lí 1 và nhận xét sau định lí 1 trong §4, dễ dàng suy ra
1) Tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm số liên tục tại một điểm là những hàm số liên tục tại điểm đó (trong trường hợp thương, giá trị của mẫu tại điểm đó phải khác 0).
2) Hàm đa thức và hàm phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng (tức là liên tục tại mọi điểm thuộc tập xác định của chúng).

H5. Hãy chứng minh các nhận xét trên.

• GV nêu định lí 1 :

Các hàm số lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ liên tục trên tập xác định của chúng.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Tính chất của hàm số liên tục

• GV nêu định lí 2:

Giả sử hàm số f liên tục trên đoạn $[a ; b]$. Nếu $f(a) \neq f(b)$ thì với mỗi số thực M nằm giữa $f(a)$ và $f(b)$, tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a ; b)$ sao cho $f(c) = M$.

• GV nêu ý nghĩa hình học của định lí : Sử dụng hình 4.15

Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a ; b]$ và M là một số thực nằm giữa $f(a)$ và $f(b)$ thì đường thẳng $y = M$ cắt đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ít nhất tại một điểm có hoành độ $c \in (a ; b)$ (h. 4.15)

H6. Hãy cho một vài ví dụ thoả mãn định lí 2.

• Nêu hệ quả :

Nếu hàm số f liên tục trên đoạn [a ; b] và f(a) f(b) < 0 thì tồn tại ít nhất một điểm c ∈ (a ; b) sao cho f(c) = 0.

• GV nêu ý nghĩa hình học của hệ quả: sử dụng hình 4.16.

Nếu hàm số f liên tục trên đoạn [a ; b] và f(a)f(b) < 0 thì đồ thị của hàm số y = f(x) cắt trục hoành ít nhất tại một điểm có hoành độ c ∈ (a ; b) (h. 4.16).

• Nêu và thực hiện ví dụ 4.

GV có thể thay bởi ví dụ khác tuỳ thuộc vào đối tượng HS.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tập xác định của hàm số. **Câu hỏi 2** Tính P(0) và P(1). **Câu hỏi 3** Xét P(0).P(1) rồi kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự tính **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** HS tự làm.

• Thực hiện **H4** trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh hàm số liên tục trên đoạn [0 ; 2]. **Câu hỏi 2** Hãy giải bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $-0,8 \in (-1;2)$ nên theo định lí về giá trị trung gian của hàm số liên tục, tồn tại ít nhất một điểm $c \in (0;2)$ sao cho $f(c) = -0,8$.

• Một số câu hỏi củng cố:

Chọn đúng sai mà em cho là hợp lí.

H8. mọi hàm số đều liên tục trên $\mathbb{R}$

(a) Đúng ; (b) Sai.

H9. Hàm số liên tục tại x = a thì giới hạn phải và giới hạn trái tại a bằng nhau.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H10. Hàm số có nghiệm x thuộc (a ; b) thì f(a).f(b) < 0.

(a) Đúng ; (b) Sai.

H11. Hàm số f thoả mãn f(a).f(b) < 0) thì có nghiệm x thuộc (a ; b).

(a) Đúng ; (b) Sai.

HOẠT ĐỘNG 4

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Giả sử hàm số f xác định trên khoảng $(a ; b)$ và $x_0 \in (a ; b)$. Hàm số f được gọi là **liên tục** tại điểm x_0 nếu

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0).$$

Hàm số không liên tục tại điểm x_0 được gọi là ***gián đoạn*** tại điểm x_0.

2. a) Giả sử hàm số f xác định trên tập hợp J, trong đó J là một khoảng hoặc hợp của nhiều khoảng. Ta nói rằng **hàm số f liên tục trên J** nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc tập hợp đó.

b) Hàm số f xác định trên đoạn $[a ; b]$ được gọi là **liên tục trên đoạn** $[a ; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a ; b)$ và

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a), \quad \lim_{x \to b^-} f(x) = f(b).$$

3. Tính liên tục của hàm số trên các nửa khoảng $[a\ ;\ b)$, $(a\ ;\ b]$, $[a\ ;\ +\infty)$ và $(-\infty\ ;\ b]$ được định nghĩa tương tự như tính liên tục của hàm số trên một đoạn.

4. 1) Tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm số liên tục tại một điểm là những hàm số liên tục tại điểm đó (trong trường hợp thương, giá trị của mẫu tại điểm đó phải khác 0).

2) Hàm đa thức và hàm phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng (tức là liên tục tại mọi điểm thuộc tập xác định của chúng).

Định lí 1

Các hàm số lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ liên tục trên tập xác định của chúng.

5. Giả sử hàm số f liên tục trên đoạn $[a\ ;\ b]$. Nếu $f(a) \neq f(b)$ thì với mỗi số thực M nằm giữa $f(a)$ và $f(b)$, tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a\ ;\ b)$ sao cho $f(c) = M$.

6. *Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a\ ;\ b]$ và M là một số thực nằm giữa $f(a)$ và $f(b)$ thì đường thẳng $y = M$ cắt đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ít nhất tại một điểm có hoành độ $c \in (a\ ;\ b)$.*

7. Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a\ ;\ b]$ và $f(a)\,f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a\ ;\ b)$ sao cho $f(c) = 0$.

8. *Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a\ ;\ b]$ và $f(a)f(b) < 0$ thì đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành ít nhất tại một điểm có hoành độ $c \in (a\ ;\ b)$*

HOẠT ĐỘNG 5

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1. Cho hàm số f.

(a) Nếu $f(a)f(b) < 0$ thì hàm số liên tục trên (a ; b) ☐

(b) Nếu hàm số liên tục trên (a ; b) thì $f(a)f(b) < 0$ ☐

(c) Nếu hàm số liên tục trên (a ; b) và $f(a)f(b) < 0$ thì phương trình f(x) = 0 có nghiệm ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	S

Câu 2.

(a) Hàm số f(x) = 2 x+ 1 liên tục trên $\mathbb{R}$ ☐

(b) Hàm số $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ ☐

(c) Hàm số $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x-2}}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	S

Câu 3.

(a) Hàm số $f(x) = \begin{cases} x-1 & khi \quad x \geq 1 \\ x^2+x-1 & khi \quad x < 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ ☐

(b) Hàm số $f(x) = \begin{cases} x-1 & khi \quad x \geq 1 \\ x^2+x-2 & khi \quad x < 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ ☐

(c) Hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & khi \quad x \geq 1 \\ x^2+x-1 & khi \quad x < 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	Đ	S

Cau 4 Cho cấp số cộng

(a) Hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & khi \quad x \geq 1 \\ x^2 + x - 1 & khi \quad x < 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ ☐

(b) Hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & khi \quad x \geq 1 \\ x^2 + x - 2 & khi \quad x < 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ ☐

(c) Hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-1} & khi \quad x \geq 1 \\ x^2 + x - 1 & khi \quad x < 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	S

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 5. Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 0$.

(a) $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{x - 1}$; (b) $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{x}$;

(c) $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x - 1}$; (d) $f(x) = \dfrac{x^2 + x}{x - 1}$.

Trả lời. (b).

Câu 6. Hàm số nào sau đây liên tục tại $x = 1$.

(a) $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{x-1}$;

(b) $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{x}$;

(c) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x-1}$;

(d) $f(x) = \dfrac{x^2+x}{x-1}$.

Trả lời. (b).

Câu 7. Hàm số nào sau đây liên tục tại $x = -1$.

(a) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x+3 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$;

(b) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x-3 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$;

(c) $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x+3 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$;

(d) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq -1 \\ \dfrac{x+3}{2} - 1 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$

Trả lời. (d).

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x+a & \text{khi } x < -1 \end{cases}$

hàm số liên tục tại $x = -1$ thì a bằng

(a) -2;

(b) -3;

(c) -6;

(d) -9.

Trả lời. (a).

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+b & \text{khi } x \geq -1 \\ x+a & \text{khi } x < -1 \end{cases}$

hàm số liên tục tại $x = -1$ thì a bằng

(a) $a = b - 2$;

(b) $a = b + 2$;

(c) $a = b$;

(d) $a = -b - 2$.

Trả lời. (a).

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+b & \text{khi } x \geq 0 \\ x+a & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

hàm số liên tục tại x = −1 thì a bằng

(a) a = b − 2;

(b) a = b + 2;

(c) a = b ;

(d) a = − b − 2.

Trả lời. (c).

HOẠT ĐỘNG 6

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 46. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa hàm số liên tục.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0} (x^3 - x + 3)$ $= x_0^3 - x_0 + 3 = f(x_0)$.
Câu hỏi 2 Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \dfrac{(x-1)(x-2)}{x-2} = x - 1$. Do đó $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2}(x-1) = 1$.
Câu hỏi 2 Tính f(2) và kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x-1}=\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}$ $=x^2+x+1.$ Do đó $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}(x^2+x+1)=3.$
Câu hỏi 2 Tính f(1) và kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

Bài 47. *Hướng dẫn.* Sử dụng giới hạn bên trái và giới hạn bên phải.

a) HS tự chứng minh.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tập xác định của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số f xác định khi và chỉ khi $1-x^2>0\Leftrightarrow -1<x<1.$
Câu hỏi 2 Chứng minh bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với mọi $x_0\in(-1\,;\,1)$, ta có $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{1-x_0^2}}$ $=f(x_0).$ Vậy hàm số f liên tục tại điểm x_0. Do đó f liên tục trên khoảng $(-1\,;\,1)$.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tập xác định của hàm số. **Câu hỏi 2** Chứng minh bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số $f(x) = \sqrt{8-2x^2}$ xác định trên đoạn $[-2 ; 2]$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với mọi $x_0 \in (-2 ; 2)$, ta có $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \sqrt{8-2x_0^2} = f(x_0)$. Vậy hàm số f liên tục trên khoảng $(-2 ; 2)$. Ngoài ra, ta có $\lim\limits_{x \to (-2)^+} f(x) = \sqrt{8-2.(-2)^2} = 0$ $= f(-2)$ và $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \sqrt{8-2.2^2} =$ $0 = f(2)$. Do đó hàm số f liên tục trên đoạn $[-2 ; 2]$.

d) HS tự chứng minh.

Bài 48. *Hướng dẫn.* Sử dụng giới hạn bên trái và giới hạn bên phải.

a) Tập xác định của hàm số f là $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. Hàm phân thức hữu tỉ f liên tục trên tập xác định của nó, tức là liên tục trên các khoảng $\left(-\infty ; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2} ; +\infty\right)$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tập xác định của hàm số. **Câu hỏi 2** Chứng minh hàm số liên tục trên $(-\infty ; 1)$. **Câu hỏi 3** Chứng minh hàm số liên tục trên $(-\infty ; 1]$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự tìm **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} (\sqrt{1-x} + \sqrt{2-x})$ $= 1 = f(1)$ Do đó hàm số f liên tục trên $(-\infty ; 1]$.

Bài 49. *Hướng dẫn*. Sử dụng hệ quả và định lí của hàm số liên tục.

HS tự giải.

Luyện tập
(tiết 17)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn lại

Hàm số liên tục.

• Các tính chất của hàm số liên tục

2. Kĩ năng

Vận dụng thành thạo tính chất hàm số liên tục để chứng minh phương trình có nghiệm.

3. Thái độ

• Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II.CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x-1}$

a) Chứng minh hàm số liên tục trên miền xác định của nó.

b) Chứng minh phương trình có nghiệm bằng phương pháp hàm số liên tục.

Câu hỏi 2

Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

a) Chứng minh hàm số liên tục trên miền xác định của nó.

b) Chứng minh phương trình vô nghiệm bằng phương pháp hàm số liên tục.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 50. Nhằm ôn lại giới hạn của hàm số.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. **Câu hỏi 3** Kết luận,	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** HS tự kết luận.

b) HS tự chứng minh.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. **Câu hỏi 3** Kết luận,	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** HS tự kết luận.

Bài 51. Nhằm ôn lại tính chất liên tục của hàm số sơ cấp.

HS tự giải.

Bài 52. Nhằm ôn lại tính chất liên tục của hàm số sơ cấp.

HS tự giải.

Bài 53. Ôn tập về tính chất của hàm liên tục.

Hướng dẫn. Tính f(−1).f(0).

Bài 54. Ôn tập về tính chất của hàm liên tục.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh câu a). **Câu hỏi 2** Chứng minh $f(x) \neq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$. **Câu hỏi 3** Hãy giải câu c)	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Điều khẳng định trong b) không mâu

	thuẫn với định lí về giá trị trung gian của hàm số liên tục vì hàm số f gián đoạn tại điểm $x=0\in[-1;2]$.

Câu hỏi và bài tập ôn tập chương IV (tiết 18, 19)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Giới hạn của dãy số.
- Giới hạn của hàm số.
- Hàm số liêm tục.

2. Kĩ năng

• Giải một số bài toán thực tế nhờ vào các khái niệm giới hạn của dãy số và của hàm số.

- Dùng định nghĩa để tìm giới hạn của hàm số.

Dùng định nghĩa để chứng minh một hàm số không có giới hạn.

• Tìm giới hạn không thuộc dạng vô định của dãy số và của hàm số (áp dụng trực tiếp các định lí về giới hạn).

Tìm giới hạn thuộc dạng vô định của dãy số và của hàm số (không thể áp dụng trực tiếp các định lí về giới hạn).

• Chứng minh một dãy số có giới hạn hữu hạn nhờ vào định lí Vây–σ–strat.

• Các bài toán liên quan tới tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (Tìm tổng, biết tổng tìm cấp số nhân,...)

Xét tính liên tục của hàm số tại một điểm, trên một khoảng (một đoạn hay nửa khoảng).

• Chứng minh phương trình có nghiệm trên một khoảng hay một đoạn...

• Nhận dạng đồ thị của các hàm số nhờ vào giới hạn hay tính liên tục của chúng.

3. Thái độ

Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

• Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

• Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

• Chuẩn bị một bài kiểm tra.

- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học chương IV

- Làm bài kiểm tra 1 tiết.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Ôn tập

Tiết 2 : Kiểm tra

IV. TIẾN TRÌNH DẠY - HỌC

HOẠT ĐỘNG 1

ÔN TẬP

GV đưa ra các câu hỏi sau đây.

Câu hỏi 1

Nêu các giới hạn cơ bản của dãy số.

Câu hỏi 2

Nêu các quy tắc tìm giới hạn hàm số.

Câu hỏi 3

Định nghĩa hàm số liên tục.

Câu hỏi 4

Hàm đa thức liên tục tại mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$. Đúng hay sai?

Câu hỏi 5

Hàm phân thức liên tục tại mọi điểm mà mẫu số khác 0. Đúng hay sai?

Câu hỏi 6

Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm. Đúng hay sai?

Câu hỏi 7

Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm. Đúng hay sai?

Câu hỏi 8

Mọi phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trên $(a; b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.

HOẠT ĐỘNG 2

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 55. *Hướng dẫn.* Nhằm ôn tập lại các kiến thức trong SGK về giới hạn của dãy số.

Đáp số.

a) $+\infty$;

b) $-\frac{1}{2}$;

c) $-\infty$;

d) $+\infty$.

Bài 56. *Hướng dẫn.* Nhằm ôn tập lại các kiến thức trong SGK về giới hạn của dãy số. Phép nhân liên hợp và cấp số nhân lùi vô hạn.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nhân và chia với lượng liên hợp.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Nhân và chia u_n với $\sqrt{3n-1}+\sqrt{2n-1}$

	ta được $u_n = \dfrac{n}{\sqrt{3n-1}+\sqrt{2n-1}}$.
Câu hỏi 2 Tính giới hạn của dãy số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim u_n = +\infty$.

b) *Đáp số.*

Chia tử và mẫu của phân thức cho 5^n, ta được $u_n = \dfrac{\left(\frac{4}{5}\right)^n - 1}{\left(\frac{2}{5}\right)^n + 3}$ với mọi n.

Vì $\lim\left(\frac{4}{5}\right)^n = 0$ và $\lim\left(\frac{2}{5}\right)^n = 0$ nên $\lim u_n = -\frac{1}{3}$.

Bài 57. *Hướng dẫn.*

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định mối quan hệ giữa u_8, u_3 và q. **Câu hỏi 2** Hãy xác dịnh q.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u_8 = u_3 q^5$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $243u_3q^5 = 32u_3$. Vì $u_3 \neq 0$ nên $q^5 = \dfrac{32}{243} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^5 \Leftrightarrow q = \dfrac{2}{3}$

b) Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đó là $S = \dfrac{u_1}{1-q}$. Từ đó, ta có

$3^5 = \dfrac{u_1}{1-\frac{2}{3}}$; do đó $u_1 = 3^4 = 81$.

Bài 58. *Hướng dẫn.* Dựa vào hướng dẫn trong SGK.

$$u_n = \left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) = 1-\frac{1}{n+1}.$$

Do đó $\lim u_n = \lim\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1$.

Bài 59. *Hướng dẫn.* Dựa trực tiếp vào định nghĩa hàm số.

Câu a), b) HS tự giải.

Đáp số. a) $\frac{3}{2}$; b) $-\frac{1}{2}$;

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Phân tích biểu thức. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to(-3)^-} \frac{x^4+1}{x^2+4x+3}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{x^4+1}{x^2+4x+3} = \frac{x^4+1}{x+1}\cdot\frac{1}{x+3}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to(-3)^-} \frac{x^4+1}{x+1} = \frac{82}{-2}$ $= -41 < 0$ và $\lim\limits_{x\to(-3)^-} \frac{1}{x+3} = -\infty$, nên $\lim\limits_{x\to(-3)^-} \frac{x^4+1}{x^2+4x+3} = +\infty$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\lim\limits_{x\to 2} \frac{3}{(x-2)^2}$. **Câu hỏi 2** Tính $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{\frac{x+4}{4-x}}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x\to 2} \frac{3}{(x-2)^2} = +\infty$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{\frac{x+4}{4-x}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$

Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**
Tính $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3}{(x-2)^2}\sqrt{\dfrac{x+4}{4-x}}$.	$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3}{(x-2)^2}\sqrt{\dfrac{x+4}{4-x}} = +\infty$..

e)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Nhân cả tử số và mẫu số với biểu thức nào ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt{8+2x}+2$.
Câu hỏi 2 Sau khi nhân ta được biểu thức nào ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\dfrac{\sqrt{8+2x}-2}{\sqrt{x+2}} = \dfrac{2\sqrt{x+2}}{\sqrt{8+2x}+2}$.
Câu hỏi 3 Tính $\lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{\sqrt{8+2x}-2}{\sqrt{x+2}}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{\sqrt{8+2x}-2}{\sqrt{x+2}}$ $= \lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{2\sqrt{x+2}}{\sqrt{8+2x}+2} = \dfrac{0}{4}$

f)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Sau khi nhân ta được biểu thức nào ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt{x^2+x}-\sqrt{4+x^2} = \dfrac{x-4}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{4+x^2}}$ $= \dfrac{x-4}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+\lvert x\rvert\sqrt{1+\dfrac{4}{x^2}}}$ $= \dfrac{1-\dfrac{4}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}-\sqrt{1+\dfrac{4}{x^2}}}$

Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2
Tính $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{\sqrt{8+2x}-2}{\sqrt{x+2}}$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{4+x^2}\right)=\dfrac{1}{-1-1}=-\dfrac{1}{2}$

Bài 60. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp định nghĩa hàm liên tục.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy rút gọn hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x)=\dfrac{x^3+8}{4(x+2)}=\dfrac{(x+2)(x^2-2x+4)}{4(x+2)}$ $=\dfrac{x^2-2x+4}{4}$
Câu hỏi 2 Chứng minh hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to-2}f(x)=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2-2x+4}{4}=3=f(-2)$. Vậy hàm số f liên tục tại x = –2, vì vậy f liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 61. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp định nghĩa hàm liên tục.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Để hàm số liên tục tại 2 thì $\lim\limits_{x\to2^+}f(x)=f(2)$, đúng hay sai.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Đúng.
Câu hỏi 2 Tính $\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=f(2)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-2x}$ $=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{(x-1)(x-2)}{x(x-2)}=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x-1}{x}=\dfrac{1}{2}$
Câu hỏi 3 Xác định m.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hàm số f liên tục tại điểm x= 2 khi và

	chỉ khi $3m+1=\frac{1}{2} \Leftrightarrow m=-\frac{1}{6}$.

Bài 62. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp tính chất hàm liên tục.

Hàm số $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5x - 6$ liên tục trên đoạn $[1 ; 2]$. Vì $f(1) = -3 < 0$ và $f(2) = 8 > 0$ nên, theo hệ quả của định lí về giá trị trung gian của hàm số liên tục, tồn tại ít nhất một số thực $c \in (1 ; 2)$ sao cho $f(c) = 0$. Số thực c là một nghiệm của phương trình đã cho.

HOẠT ĐỘNG 3

ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Bài 63. a) Chọn B, b) Chọn C, c) Chọn A, d) Chọn C.

Bài 64. a) Chọn D, b) Chọn C, c) Chọn C, d) Chọn C.

Bài 65. a) Chọn B, b) Chọn D, c) Chọn B

Bài 66. a) Chọn C, b) Chọn D, c) Chọn A.

Bài 67. a) Chọn C, b) Chọn D, c) Chọn A.

Bài 68. a) Chọn B, b) Chọn B, c) Chọn D.

Bài 69. a) Chọn A, b) Chọn B, c) Chọn C, d) Chọn C.

Bài 70. a) Chọn C, b) Chọn D, c) Chọn B.

Bài 71. Chọn B.

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA THAM KHẢO

Đề 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Dãy số $(u_n) = 2n + 1$ có giới hạn hữu hạn. ☐

(b) Dãy số $(u_n) = 2^n + 1$ có giới hạn vô cực. ☐

(c) Dãy số $(u_n) = \frac{2}{n} + 1$ có giới hạn hữu hạn. ☐

(d) Dãy số $(u_n) = 2n - 1$ có giới hạn vô cực. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Dãy số $(u_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$ là cấp số nhân lùi vô hạn. ☐

(b) Dãy số $(u_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$ có giới hạn là -1. ☐

(c) Dãy số $(u_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$ không có giới hạn. ☐

(d) ãy số $(u_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$ không có giới hạn hữu hạn ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^3} = +\infty$ bằng

(a) 33; (b) 34;

(c) 35 ; (d) 36.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x}$ bằng

(a) 1; (b) $-\infty$;

(c) $+\infty$; (d) -1.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Tính giới hạn của các hàm số sau đây :

a) $\lim\limits_{x\to1} \frac{3-3x}{\sqrt{x^2-1}}$.

b) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})$

Câu 2. Xác định giá trị của a để hàm số sau liên tục tại x = 2.

$$f(x)=\begin{cases} ax+5 & khi \quad x\geq 2 \\ 3x-1 & khi \quad x<2 \end{cases}$$

Đề 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Hàm số y = x +|x| liên tục với mọi x. ☐

(b) Hàm số $y = \frac{1}{x} + |x|$ liên tục với mọi x. ☐

(c) Hàm số y = x +|x+ 1| liên tục với mọi x. ☐

(d) Hàm số $y = x + \frac{1}{|x|}$ liên tục với mọi x. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Hàm số liên tục tại a thì có giới hạn tại a. ☐

(b) Hàm số có giới hạn tại a thì liên tục tại a. ☐

(c) Hàm số có giới hạn trái tại a thì liên tục tại a. ☐

(d) Hàm số liện tục trái và liên tục phải tại a thì liên tục tại a. ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$ bằng

(a) 1; (b) $\frac{3}{2}$;

(c) 2; (d) 3.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

$\lim_{x\to -1}\frac{x^3+1}{x^2-1}$ bằng

(a) 1; (b) $-\frac{3}{2}$;

(c) 2 ; (d) 3.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Tìm giới hạn của các hàm số sau đây

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x+7}}{x^2-3x+2}$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-\sqrt{3x-2}}{x-1}$.

Câu 2. Cho dãy số : $u_1 = 1,\ u_n = u_{n-1} - 2u_{n-3}$.

a) Hãy viết năm số hạng đầu tiên của dãy.

b) Dãy số trên là dãy số tăng hay dãy số giảm ?

HƯỚNG DẪN

Đề 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	Đ

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	S

Câu 3. (b), *Câu 4.* (b).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

HS tự giải.

Đề 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	Đ	S

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	Đ

Câu 3. (b), *Câu 4.* (c).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

HS tự giải.

Chương V

ĐẠO HÀM

Phần 1

NHỮNG VẤN ĐỀ CỦA CHƯƠNG

I. NỘI DUNG

Nội dung chính của chương 5:

Đạo hàm của hàm số tại một điểm, ý nghĩa hình học của đạo hàm.

- Các công thức tính đạo hàm của hàm số, đạo hàm của hàm hợp.

Đạo hàm cấp cao : định nghĩa đạo hàm cấp hai và đạo hàm cấp cao, một số ứng dụng của đạo hàm cấp cao.

Vi phân và một số ứng dụng của vi phân.

II. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên, cụ thể :

- Định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm, ý nghĩa hình học của đạo hàm, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

Một số công thức tính đạo hàm của hàm số, tính chất của đạo hàm : tổng, hiệu, tích thương của các hàm số.

Hàm hợp và đạo hàm của hàm hợp.

- Vi phân và phương pháp tính gần đúng nhờ vi phân.

2. Kĩ năng

- Vận dụng định nghĩa và tính chất để tính được đạo hàm của hàm số tại một điểm, trên một khoảng và trên toàn miền xác định.

- Tính được đạo hàm cấp hai và đạo hàm cấp cao của các hàm số.

▪ Tính được vi phân và ứng dụng vi phân trong phép tính gần đúng.

3. Thái độ

▪ Tự giác, tích cực, độc lập và chủ động phát hiện cũng như lĩnh hội kiến thức trong quá trình hoạt động.

▪ Cẩn thận chính xác trong lập luận và tính toán.

Cảm nhận được thực tế của toán học, nhất là đối với tính chất giải tích của giới hạn.

Phần 2

CÁC BÀI SOẠN

§1. Khái niệm đạo hàm (tiết 1, 2, 3)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm.

Ý nghĩa hình học của đạo hàm.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

2. Kĩ năng

Vận dụng định nghĩa tính thành thạo đạo hàm của hàm số tại một điểm.

Viết được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị các ví dụ sinh động.

Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở lớp dưới.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 3 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết phần 2.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết phần 4.

Tiết 3 : Phần 5 và bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Cho hàm số $f(x) = 2x + 1$

a) Tính $f(3+h) - f(3)$;

b) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(3+h) - f(3)}{h}$.

Câu hỏi 2

Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$

a) Tính $f(3+h) - f(3)$;

b) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(3+h) - f(3)}{h}$.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Ví dụ mở đầu

• GV nêu ví dụ mở đầu :

H1. Viết phương trình chuyển động của viên bi.

H2. Xác định vận tốc trung bình của viên bi trong khoảng thời gian $(t_0; t_1)$

H3. Tính vận tốc tức thời của viên bi tại t_1.

GV đưa ra sự cần thiết của thực tế đối với dạng tính $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

HOẠT ĐỘNG 2

2. Đạo hàm của hàm số tại một điểm

a) Khái niệm đạo hàm của hàm số tại một điểm

• GV nêu định nghĩa :

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a ; b)$ và $x_0 \in (a ; b)$.

Giới hạn hữu hạn (nếu có) của tỉ số $\dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ *khi* x *dần đến* x_0

được gọi là ***đạo hàm*** *của hàm số đã cho tại điểm* x_0, *kí hiệu là* $f'(x_0)$ *hoặc* $y'(x_0)$, *nghĩa là*

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

• GV nêu chú ý :

1) Số $\Delta x = x - x_0$ được gọi là *số gia của biến số* tại điểm x_0 ; số $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ được gọi là *số gia của hàm số* ứng với số gia Δx tại điểm x_0.

2) Số Δx không nhất thiết chỉ mang dấu dương.

3) Δx và Δy là những kí hiệu, không nên nhầm lẫn rằng : Δx là tích của Δ với x, Δy là tích của Δ với y.

Cho hàm số $f(x) = 3x + 2$. Tính

H4. Tính $\Delta x = x - 3$.

H5. Tính $\Delta y = f(x) - f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

H6. Tính $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

• Thực hiện H1 trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nhắc lại công thhức tính Δy.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\Delta y = \dfrac{f(x)-f(0)}{x-x_0}$
Câu hỏi 2 Hãy tính Δy bằng định nghĩa.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\Delta y = \Delta x(\Delta x - 4)$.

b) Quy tắc tính đạo hàm

• GV nêu quy tắc tính đạo hàm của hàm số tại một điểm.

Muốn tính đạo hàm của hàm số f tại điểm x_0 theo định nghĩa, ta thực hiện hai bước sau :

• Bước 1. Tính Δy theo công thức $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$, trong đó Δx là số gia của biến số tại x_0

• Bước 2. Tìm giới hạn $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

• Thực hiện ví dụ 1 trong 4'. GV có thể thay bằng ví dụ khác.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính Δy bằng định nghĩa.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\Delta y = \Delta x(\Delta x + 4)$.
Câu hỏi 2 Hãy tính $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\Delta y = (\Delta x + 4)$.
Câu hỏi 3 Tính $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} (4 + \Delta x) = 4$.

• GV nêu nhận xét :

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 thì nó liên tục tại điểm x_0.

H7. Hàm không liên tục tại x_0 thì có đạo hàm tại x_0 hay không ?

• GV nhắc lại 2 cách tính đạo hàm của hàm số tại một điểm.

Cách 1	Cách 2
Bước 1. Lấy số gia của x là $x - x_0$, thì số gia của hàm số là $f(x) - f(x_0)$. *Bước 2.* Lập tỉ số $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. *Bước 3.* Tính giới hạn $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.	*Bước 1.* Đặt $x = x_0 + \Delta x \Leftrightarrow \Delta x = x - x_0$. $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$. *Bước 2.* Lập tỉ số $\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. *Bước 3.* Tính giới hạn $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Ý nghĩa hình học của đạo hàm

• Sử dụng hình 5.2, GV nêu định nghĩa tiếp tuyến của đường cong

Đường thẳng M_0T đi qua M_0 và có hệ số góc k_0 là vị trí giới hạn của cát tuyến M_0M khi M di chuyển dọc theo (C) dần đến M_0.

Đường thẳng M_0T được gọi là tiếp tuyến của (C) tại điểm M_0, còn M_0 gọi là tiếp điểm.

• GV nêu công thức :

$$f'(x_0) = \lim_{x_M \to x_0} \frac{f(x_M) - f(x_0)}{x_M - x_0} = \lim_{x_M \to x_0} k_M = k_0.$$

• GV cho HS phát biểu và nêu định lí:

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số đó tại điểm $M_0(x_0 ; f(x_0))$.

• GV nêu công thức phương trình tiếp tuyến đường cong.

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M_0(x_0 ; f(x_0))$ có phương trình là

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$$

• GV nên nêu quy tắc viết phương trình tiếp tuyến của đường cong:

- *Bước 1. Tính $f'(x_0)$*
- *Bước 2. Tính $f(x_0)$.*
- *Bước 3. Thay vào công thức $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.*

• Thực hiện ví dụ 2 trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính f'(-1)	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ $= (-1 + \Delta x)^3 - (-1)^3$ $= \Delta x\,(3 - 3\Delta x + \Delta x^2)$. Vậy $f'(-1) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ $= \lim\limits_{\Delta x \to 0} (3 - 3\Delta x + \Delta x^2) = 3$.
Câu hỏi 2 Hãy viết phương trình tiếp tuyến của đường cong.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f(x_0) = (-1)^3 = -1$ nên phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3(x + 1) - 1$, hay $y = 3x + 2$.

• Thực hiện H2 trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính f'(1) **Câu hỏi 2** Hãy viết phương trình tiếp tuyến của đường cong.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f'(1) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} (2 + \Delta x) = 2.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y = 2x - 1.$

• Một số câu hỏi củng cố :

H8. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ tại điểm $x_0 = 3$.

H9. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ tại điểm $x_0 = -3$.

H10. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ tại điểm $x_0 = -1$.

H11. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ tại điểm $x_0 = 0$.

H12. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ tại điểm $x_0 = -2$.

HOẠT ĐỘNG 4

4. Ý nghĩa cơ học của đạo hàm

• GV nêu ý nghĩa

Vận tốc tức thời $v(t_0)$ tại thời điểm t_0 (hay vận tốc tại t_0) của một chuyển động có phương trình $s = s(t)$ bằng đạo hàm của hàm số $s = s(t)$ tại điểm t_0, tức là

$$v(t_0) = s'(t_0).$$

• Thực hiện H3 trong 3'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính f'(2) **Câu hỏi 2** Chọn kết quả .	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(4+\Delta x)=4.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Chọn (C).

HOẠT ĐỘNG 5

5. Đạo hàm của hàm số trên một khoảng

a) Khái niệm

• GV nêu định nghĩa :

1) Hàm số f gọi là ***có đạo hàm trên J*** *nếu nó có đạo hàm f '(x) tại mọi điểm x thuộc J.*

2) Nếu hàm số f có đạo hàm trên J thì hàm số f ' xác định bởi

$f': J\to \mathbb{R}, x\mapsto f'(x)$ *gọi là* ***đạo hàm của hàm số f.***

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 3. Có thể thay bởi ví dụ khác.

• Thực hiện H4 trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh rằng hàm số hằng y = c có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Tìm đạo hàm đó. **Câu hỏi 2** Chứng minh rằng hàm số y = x có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Tìm đạo hàm đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** y' = 0. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** y' = 1.

b) Đạo hàm của một số hàm số thường gặp

• GV nêu định lí

a) Hàm số hằng $y = c$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y' = 0$;

b) Hàm số $y = x$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y' = 1$;

c) Hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$) có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y' = nx^{n-1}$;

d) Hàm số $y = \sqrt{x}$ có đạo hàm trên khoảng $(0 ; +\infty)$ và $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

• GV hướng dẫn HS chứng minh định lí trên.

• GV nêu chú ý:

Hàm số $y = |x|$ xác định tại $x = 0$, tuy nhiên người ta chứng minh được rằng nó không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 4.

• Thực hiện H5 trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính f'(-1) và f'(1) của câu a). **Câu hỏi 2** Tính f'(-1) và f'(1) của câu b).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f'(-1) = -10$, $f'(1) = 10$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** b) $f'(-1)$ không tồn tại, $f'(1) = \dfrac{1}{2}$.

HOẠT ĐỘNG 6

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Giới hạn hữu hạn (nếu có) của tỉ số $\dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ khi x dần đến x_0 được gọi là **đạo hàm** của hàm số đã cho tại điểm x_0, kí hiệu là $f'(x_0)$ hoặc $y'(x_0)$, nghĩa là

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

2. Quy tắc

Bước 1. Giả sử Δx là số gia của đối số tại x_0, tính

$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

Bước 2. Lập tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Bước 3. Tìm $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

3. Đạo hàm của hàm số y = f(x) tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số đó tại điểm $M_0(x_0 ; f(x_0))$.

Nếu hàm số y = f(x) có đạo hàm tại điểm x_0 thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M_0(x_0 ; f(x_0))$ có phương trình là

$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

4. Vận tốc tức thời $v(t_0)$ tại thời điểm t_0 (hay vận tốc tại t_0) của một chuyển động có phương trình s = s(t) bằng đạo hàm của hàm số s = s(t) tại điểm t_0, tức là

$$v(t_0) = s'(t_0).$$

5. 1) Hàm số f gọi là **có đạo hàm trên J** nếu nó có đạo hàm $f'(x)$ tại mọi điểm x thuộc J.

2) Nếu hàm số f có đạo hàm trên J thì hàm số f' xác định bởi $f' : J \to \mathbb{R}$, $x \mapsto f'(x)$ gọi là **đạo hàm của hàm số f**.

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ cũng được kí hiệu bởi y'.

6. a) Hàm số hằng $y = c$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y' = 0$;

b) Hàm số $y = x$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y' = 1$;

c) Hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$) có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y' = nx^{n-1}$;

d) Hàm số $y = \sqrt{x}$ có đạo hàm trên khoảng $(0 ; +\infty)$ và $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

HOẠT ĐỘNG 7

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 1

Câu 1. Cho hàm số $y = x^2 + 3x + 1$. Khi đó $y'(1)$ bằng:

(a) 3 (b) 4 ;

(c) 5 ; (d) 6.

Trả lời. (c).

Câu 2. Cho hàm số $y = x^2 + 3\sqrt{x} + 1$. Khi đó $y'(1)$ bằng:

(a) 3 (b) 4 ;

(c) 4,5 ; (d) 6.

Trả lời. (c).

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{x+1}$. Khi đó $y'(1)$ bằng:

(a) 1 (b) $\dfrac{1}{2}$;

(c) 3 ; (d) $-\dfrac{1}{4}$

Trả lời. (d).

Câu 4. Cho hàm số $y = \dfrac{x}{x+1}$. Khi đó $y'(1)$ bằng:

(a) 1 (b) $\dfrac{1}{2}$;

(c) 3 ; (d) $\dfrac{1}{4}$.

Trả lời. (d).

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3$; 3 là số nào sau đây :

(a) $y'(1)$ (b) $y'(-1)$;

(c) y'(2) ; (d) y'(−2).

Trả lời. (a).

Câu 6. Cho hàm số $y = -x^3$; 3 là số nào sau đây :

(a) −y'(1) (b) −y' (−1) ;

(c) y'(2) ; (d) y'(−2).

Trả lời. (a).

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 + x+1$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị của hàm số tại x = 1 là :

(a) 1 (b) 2

(c) 3 ; (d) 4.

Trả lời. (d).

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + x + 1$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị của hàm số tại x = 1 là :

(a) 6 (b) 2

(c) 3 ; (d) 4.

Trả lời. (a).

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 + 3x+1$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị của hàm số tại x = 1 là :

(a) 6 (b) 2

(c) 3 ; (d) 4.

Trả lời. (a).

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3$ Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị của hàm số tại x = 1 là :

(a) 6 (b) 2

(c) 3 ; (d) 4.

Trả lời. (c).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. *Hướng dẫn.* Dựa vào định nghĩa số gia của đối số và số gia của hàm số.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nhắc lại công thức tính Δy. **Câu hỏi 2** Tìm số gia của hàm số $f(x) = x^2 - 1$ tại $x_0 = 1$ với $\Delta x = 1$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** 3.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nhắc lại công thức tính Δy. **Câu hỏi 2** Tìm số gia của hàm số $f(x) = x^2 - 1$ tại $x_0 = 1$ với $\Delta x = 1$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** –0,19.

Bài 2. *Hướng dẫn.* Dựa vào định nghĩa đạo hàm.

Đáp số. a) 2 ; b) 5.

Bài 3. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa đạo hàm.

Đáp số.

a) a ; b) ax_0.

Bài 4. *Hướng dẫn.* Sử dụng định nghĩa đạo hàm tại một điểm và hệ số góc của cát tuyến $k = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

Đáp số. a) 5 ; 4,1 và 4,01. b) 4.

Bài 5. *Hướng dẫn.* Sử dụng định lí về phương trình tiếp tuyến.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nhắc lại công thức về phương trình tiếp tuyến. **Câu hỏi 2** Hãy tính f'(−1). **Câu hỏi 3** Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3$ tại M (−1 ; −1).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$, **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** f'(−1) = 3 **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** y +1 = 3(x + 1).

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nhắc lại công thức về phương trình tiếp tuyến. **Câu hỏi 2** Hãy xác định hoành độ **Câu hỏi 3** Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3$ tại x = 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$, **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** x = 2. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** y +8 = 12(x − 2).

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nhắc lại công thức về phương trình tiếp tuyến.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$,
Câu hỏi 2 Hãy xác định hoành độ.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f'(x) = 3x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm 1$
Câu hỏi 3 Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $y = 3(x \pm 1)$.

Bài 6. *Hướng dẫn.* Sử dụng định lí về ý nghĩa cơ học của đạo hàm.

a) 49,49 m/s ; 49,049 m/s và ≈ 49,005 m/s ; b) 49 m/s.

Bài 7. *Hướng dẫn.* Dựa vào định nghĩa đạo hàm của hàm số trên một khoảng.

Đáp số. $f'(x) = 5x^4$; $f'(-1) = 5$; $f'(-2) = 80$; $f'(2) = 80$.

Bài 8. *Hướng dẫn.* Dựa vào định nghĩa đạo hàm của hàm số trên một khoảng.

Đáp số. a) $f'(x) = 2ax$. b) $f'(x) = 3x^2$

Bài 9. *Hướng dẫn.* Dựa vào định nghĩa đạo hàm của hàm số trên một khoảng.

Đáp số. a) $\frac{-2}{(2x-1)^2}$ với $x \neq \frac{1}{2}$; b) $\frac{-1}{2\sqrt{3-x}}$ với $x < 3$.

Luyện tập
(tiết 4)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn lại

Định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm.

- Ý nghĩa hình học và ý nghĩa vật lí của đạo hàm.

2. Kĩ năng

Hình thành và rèn luyện kĩ năng tính đạo hàm của hàm số tại một điểm và trên một khoảng.

Viết được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x-1}$

a) Tính đạo hàm của hàm số tại x= 0, x = −1.

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đường cong tại các điểm có hoành độ trên.

Câu hỏi 2

a) Tính đạo hàm của hàm số tai x= 0, x = -1.

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đường cong tại các điểm có hoành độ trên.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 42. Nhằm ôn lại giới hạn của hàm số.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số **Câu hỏi 2** Tính $f'(3)$ và $f'(-4)$ nếu $f(x)=x^3$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x)=3x^2$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f'(3)=27,\ f'(-4)=48.$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Câu hỏi 2 ính $f'(1)$ và $f'(9)$.	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f'(1) = \frac{1}{2}$; $f'(9) = \frac{1}{6}$.

Bài 11. Nhằm ôn lại phương trình tiếp tuyến của đường cong.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Mệnh đề a) đúng hay sai ? **Câu hỏi 2** Hãy lấy một ví dụ về tiếp tuyến là trục hoành.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Mệnh đề sai vì tiếp tuyến có thể trùng với trục hoành. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự lấy ví dụ.

b) Mệnh đề đúng.

Bài 12. Nhằm ôn lại phương trình tiếp tuyến của đường cong.

+ Tiếp tuyến tại điểm M_1 là một đường thẳng "đi xuống" từ trái sang phải, nên hệ số góc của tiếp tuyến là một số âm, suy ra $f'(x_1) < 0$.

+ Tiếp tuyến tại điểm M_2 là một đường thẳng song song với trục hoành, nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng 0, suy ra $f'(x_2) = 0$.

+ Tiếp tuyến tại điểm M_3 là một đường thẳng "đi lên" từ trái sang phải, nên hệ số góc của tiếp tuyến là một số dương, suy ra $f'(x_3) > 0$.

Bài 13. Nhằm ôn lại phương trình tiếp tuyến của đường cong.

Nếu đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số f tại điểm $(x_0 ; f(x_0))$ thì hiển nhiên f có đạo hàm tại x_0 và ta có

$$\begin{cases} a = f'(x_0) \\ ax_0 + b = f(x_0) \end{cases} \qquad (*)$$

Ngược lại, nếu xảy ra (*) thì hiển nhiên f có đạo hàm tại x_0 và phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số f là $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$. Sử dụng (*), sau khi thay thế $f'(x_0)$ bởi a và $f(x_0)$ bởi $ax + b$, ta được phương trình của tiếp tuyến là $y = ax + b$.

Bài 14. Nhằm ôn lại mối quan hệ giữa hàm số liên tục và đạo hàm.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Chứng minh hàm số liên tục tại x_0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số đã cho liên tục tại điểm $x_0 = 0$ vì $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} \lvert x\rvert = 0 = f(0)$.
Câu hỏi 2 Hàm số có đạo hàm tại x = 0 hay không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta nhận thấy $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\lvert x\rvert}{x}$ $= \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x}{x} = 1$ $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\lvert x\rvert}{x}$ $= \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{-x}{x} = -1$ Vậy $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} \neq \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$ Hàm số không có đạo hàm taij x = 0.
Câu hỏi 3 Mệnh đề ở câu c) đúng hay sai?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Sai.

Bài 15. Nhằm ôn lại mối quan hệ giữa hàm số liên tục và đạo hàm.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hàm số có liên tục tại mọi điểm hay không ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số đã cho gián đoạn tại các điểm x_1 và x_3 ; vì đồ thị hàm số bị ngắt quãng khi đi qua các điểm M_1 và M_3.
Câu hỏi 2 Hàm số đã cho liên tục tại các điểm nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Hàm số đã cho liên tục tại các điểm x_2 và x_4 ; vì đồ thị hàm số là đường "liền nét" khi đi qua các điểm M_2 và M_4.
Câu hỏi 3 Hàm số có đạo hàm hay không ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hàm số không có đạo hàm.

§2. Các quy tắc tính đạo hàm
(tiết 5, 6, 7)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

• Đạo hàm của một số hàm số thường gặp.

• Các tính chất của đạo hàm : Đạo hàm của tổng, hiệu, tích thương của hai hàm số.

Hàm hợp và đạo hàm của hàm hợp.

2. Kĩ năng

- Sau khi học xong bài này HS cần tính được đạo hàm của các hàm số đơn giản. Một số đạo hàm phức tạp hơn như hàm hợp, hàm thương,...

Nhớ và vận dụng nhanh các quy tắc tính đạo hàm.

Biết tính đạo hàm của hàm số hợp.

3. Thái độ

• Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

• Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

• Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

• Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

• Cần ôn lại một số kiến thức đã học bài 1.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 3 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục 1 phần 2.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết phần b) mục 4.

Tiết 3 : Phần còn lại và bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY - HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tìm đạo hàm của các hàm số sau bằng định nghĩa :

a) $f(x)=\sqrt{x}$ tại $x=1$; b) $f(x)=x^2+x+1$ tại $x=-1$

Câu hỏi 2

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị các hàm số sau đây

a) $f(x)=x^3+2x+3$ tại $x=1,-1$; b) $f(x)=\sqrt{x}$ tại $x=1$ và 2.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1 Đạo hàm của tổng hay hiệu hai hàm số

H1. Tìm đạo hàm của hàm số y = 2x bằng định nghĩa.

H2. Phải chăng đạo hàm của hàm số y = 2x là đạo hàm của hàm số y = x + x ?

• GV đưa ra định lí :

Nếu hai hàm số u = u(x) và v = v(x) có đạo hàm trên J thì hàm số y = u(x) + v(x) và y = u(x) − v(x) cũng có đạo hàm trên J, và

a) [u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x) ;

b) [u(x) − v(x)]' = u'(x) − v'(x)

GV nêu chú ý cách viết gọn :

$(u + v)' = u' + v'$ *và* $(u - v)' = u' - v'$

H3. Hãy chứng minh định lí trên .

H4. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 + 2x + 1$.

H5. Tính đạo hàm của hàm số $y' = x^2 - 3x + 2$.

• GV nêu nhận xét :

Có thể mở rộng định lí trên cho tổng hay hiệu của nhiều hàm số :

Nếu các hàm số u, v, ..., w có đạo hàm trên J thì trên J ta có

$$(u \pm v \pm ... \pm w)' = u' \pm v' \pm ... \pm w'$$

• Thực hiện ví dụ 1 trong 2 phút. GV có thể lấy ví dụ khác.

• Thực hiện H1 trong 3'

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính đạo hàm của hàm số $f(x) = x^5 - x^4 + x^2 - 1$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f'(x) = 5x^4 - 4x^3 + 2x$.

Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2
Tính f'(1).	f'(1) = 7.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\frac{x^2}{x^2+1} = 1 + \frac{-1}{x^2+1}$. **Câu hỏi 2** Hãy chứng minh f'(x) = g'(x).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $g(x) = 1 + f(x)$. Lấy đạo hàm hai vế, ta được $g'(x) = f'(x)$.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Đạo hàm của tích hai hàm số

• GV nêu định lí 2:

Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm trên J thì hàm số $y = u(x)v(x)$ cũng có đạo hàm trên J, và

$$[u(x)\,v(x)]' = u'(x)\,.\,v(x) + u(x)\,.\,v'(x)\,;$$

Đặc biệt, nếu k là hằng số thì $[ku(x)]' = ku'(x)$.

H6. Hãy chứng minh định lí trên.

• GV nêu ghi chú :

$(uv)' = u'v + uv'$ và $(ku)' = ku'$.

• Thực hiện **H2** trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Công thức có dạng như thế nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** y = u.v.

Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2
Cách tính đạo hàm như trên đúng hay sai?	Sai.

• Thực hiện ví dụ 2 trong 3 phút. GV nên gọi 2 HS lên bảng thực hiện ví dụ này, mỗi HS thực hiện một câu.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm chủa HS : $f(x) = \frac{x^8}{4} - \frac{2x^6}{3} + 3x$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $2x^7 - 4x^5 + 3$.
Câu hỏi 2 Tính đạo hàm chủa HS : $f(x) = (2x^2 + 1)\sqrt{x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $4x\sqrt{x} + (2x^2 + 1)\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

• Thực hiện **H3** trong 3 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $(uvw)' = u'vw + uv'w + uvw'$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh.
Câu hỏi 2 Tìm đạo hàm của hàm số $y = x^2(1 - x)(x + 2)$ tại điểm $x = -2$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y' = -x(4x^2 + 3x - 4)$. $y'(-2) = 12$.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Đạo hàm của thương hai hàm số

• GV nêu định lí.

Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm trên J và $v(x) \neq 0$ với mọi $x \in J$ thì hàm số $y = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ cũng có đạo hàm trên J, và

$$\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)}.$$

H7. Hãy chứng minh định lí trên.

• GV nêu ghi chú :

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

• GV nêu hệ quả 2 :

a) Trên $(-\infty ; 0) \cup (0 ; +\infty)$ ta có $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

b) Nếu hàm số $v = v(x)$ có đạo hàm trên J và $v(x) \neq 0$ với mọi x thuộc J thì trên J ta có $\left(\dfrac{1}{v(x)}\right)' = -\dfrac{v'(x)}{v^2(x)}$.

• Thực hiện **H4** trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$. **Câu hỏi 2** Chứng minh : $\left(\dfrac{1}{v(x)}\right)' = -\dfrac{v'(x)}{v^2(x)}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với $u = 1$ và $v = x$, thay vào công thức trong Định lí 3 ta được điều phải chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự chứng minh.

• GV nêu ghi chú :

Công thức thứ hai trong hệ quả trên có thể viết gọn là

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}.$$

• Thực hiện ví dụ 3 trong 5'. GV nên gọi 2 HS lên bảng thực hiện ví dụ này, mỗi HS thực hiện một câu.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số : $f(x) = \frac{1+9x}{x+2a}$ (a là hằng số) **Câu hỏi 2** Tính đạo hàm của hàm số : $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{18a-1}{(x+2a)^2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f'(x) = -\frac{(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = -\frac{2x}{(x^2-1)^2}$.

• Thực hiện H5 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số: $y = \frac{x^2-3x+1}{2x-1}$ **Câu hỏi 2** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = \frac{2x^2-2x+1}{(2x-1)^2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

HOẠT ĐỘNG 4

4. Đạo hàm của hàm hợp

a) Khái niệm hàm số hợp

• GV nêu ví dụ 4.

• GV nêu khái niệm hàm hợp :

Cho hai hàm số $y = f(u)$ và $u = u(x)$. Thay thế biến u trong biểu thức $f(u)$ bởi biểu thức $u(x)$, ta được biểu thức $f[u(x)]$ với biến x. Khi đó, hàm số $y = g(x)$ với $g(x) = f[u(x)]$ được gọi là ***hàm số hợp*** *của hai hàm số f và u ; hàm số u gọi là* ***hàm số trung gian****.*

H8. Hãy nêu một số ví dụ về hàm hợp.

• Thực hiện **H6** trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định hàm số hợp của hàm số trên. **Câu hỏi 2** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f[u(x)] = \sqrt{x-1}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

b) Cách tính đạo hàm của hàm hợp

• GV nêu định lí 4:

a) Nếu hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 và hàm số $y = f(u)$ có đạo hàm tại điểm $u_0 = u(x_0)$ thì hàm số hợp $g(x) = f[u(x)]$ có đạo hàm tại điểm x_0, và

$$g'(x_0) = f'(u_0) \cdot u'(x_0).$$

b) Nếu giả thiết trong phần a) được thoả mãn đối với mọi điểm x thuộc J thì hàm số hợp $y = g(x)$ có đạo hàm trên J, và

$$g'(x) = f'[u(x)] \cdot u'(x).$$

• GV nêu ghi chú :

$$g'_x = f'_u \cdot u'_x$$

• Thực hiện ví dụ 5 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định hàm số u và f(u). **Câu hỏi 2** Tính đạo hàm của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x^2 + 3x + 1$, $f(u) = u^3$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $3(x^2 + 3x + 1)^2(2x + 3)$.

• GV nêu hệ quả :

Nếu hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm trên J thì hàm số $y = u^n(x)$ (với $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$) có đạo hàm trên J, và

$$\left[u^n(x)\right]' = n \cdot u^{n-1}(x) \cdot u'(x).$$

• GV nêu ghi chú:

$$\left(u^n\right)' = nu^{n-1}u'$$

• Thực hiện **H7** trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Thực hiện câu a). **Câu hỏi 2** Thực hiện câu b).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y = \sqrt{u(x)}$ là hàm số hợp của hàm số $f(u) = \sqrt{u}$ và hàm số trung gian $u = u(x)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f'(u) = \dfrac{1}{2\sqrt{u}}$ nên $f'[u(x)] = \dfrac{1}{2\sqrt{u(x)}}$. Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm số hợp, ta có $\left(\sqrt{u(x)}\right)' = f'(u).u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{u(x)}}u'(x)$

• GV nêu hệ quả 2 :

Nếu hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm trên J và $u(x) > 0$ với mọi $x \in J$ thì hàm số $y = \sqrt{u(x)}$ có đạo hàm trên J, và

$$\left(\sqrt{u(x)}\right)' = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}.$$

• GV nêu ghi chú và thực hiện ví dụ 6.

$$\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}.$$

• GV nêu bảng tóm tắt.

a) Đạo hàm của một số hàm số thường gặp (ở đây u = u(x))

1. $(c)' = 0$ (c là hằng số)	**2.**
3. $(x)' = 1$	**4.**
5. $(x^n)' = nx^{n-1}$ $(n \in \mathbb{N},\ n \geq 2)$	**6.** $\left(u^n\right)' = nu^{n-1}u'$
7. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(x \neq 0)$	**8.** $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
9. $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(x > 0)$	**10.** $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

b) Các quy tắc tính đạo hàm (ở đây u = u(x), v = v(x))

11. $(u \pm v)' = u' \pm v'$
12. $(uv)' = u'v + uv'$
13. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

c) Đạo hàm của hàm số hợp (ở đây g(x) = f[u(x)])

$$g'_x = f'_u \cdot u'_x$$

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm trên J thì hàm số $y = u(x) + v(x)$ và $y = u(x) - v(x)$ cũng có đạo hàm trên J, và

a) $[u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$;

b) $[u(x) - v(x)]' = u'(x) - v'(x)$.

$$(u + v)' = u' + v' \text{ và } (u - v)' = u' - v'$$

2. *Nếu các hàm số u, v, ..., w có đạo hàm trên J thì trên J ta có*

$$(u \pm v \pm ... \pm w)' = u' \pm v' \pm ... \pm w'.$$

3. Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm trên J thì hàm số $y = u(x)v(x)$ cũng có đạo hàm trên J, và

$$[u(x)\, v(x)]' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \quad v'(x) ;$$

Đặc biệt, nếu k là hằng số thì $[ku(x)]' = ku'(x)$.

$(uv)' = u'v + uv'$ và $(ku)' = ku'$

4. Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm trên J và $v(x) \neq 0$ với mọi $x \in J$ thì hàm số $y = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ cũng có đạo hàm trên J, và

$$\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)} .$$

Công thức trên có thể viết gọn là

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} .$$

5. a) Trên $(-\infty ; 0) \cup (0 ; +\infty)$ ta có $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

b) Nếu hàm số $v = v(x)$ có đạo hàm trên J và $v(x) \neq 0$ với mọi x thuộc J thì trên J ta có $\left(\frac{1}{v(x)}\right)' = -\frac{v'(x)}{v^2(x)}$

6. Cho hai hàm số $y = f(u)$ và $u = u(x)$. Thay thế biến u trong biểu thức $f(u)$ bởi biểu thức $u(x)$, ta được biểu thức $f[u(x)]$ với biến x. Khi đó, hàm số $y = g(x)$ với $g(x) = f[u(x)]$ được gọi là **hàm số hợp** của hai hàm số f và u ; hàm số u gọi là **hàm số trung gian**.

a) Nếu hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 và hàm số $y = f(u)$ có đạo hàm tại điểm $u_0 = u(x_0)$ thì hàm số hợp $g(x) = f[u(x)]$ có đạo hàm tại điểm x_0, và

$$g'(x_0) = f'(u_0) \cdot u'(x_0).$$

b) Nếu giả thiết trong phần a) được thoả mãn đối với mọi điểm x thuộc J thì hàm số hợp $y = g(x)$ có đạo hàm trên J, và

$$g'(x) = f'[u(x)] \cdot u'(x).$$

Nếu hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm trên J thì hàm số $y = u^n(x)$ (với $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$) có đạo hàm trên J, và

$$\left[u^n(x)\right]' = n \cdot u^{n-1}(x) \cdot u'(x).$$

Nếu hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm trên J và $u(x) > 0$ với mọi $x \in J$ thì hàm số $y = \sqrt{u(x)}$ có đạo hàm trên J, và

$$\left(\sqrt{u(x)}\right)' = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}.$$

7. Ghi nhớ

14. $(c)' = 0$ (c là hằng số)	**15.** $g'_x = f'_u \cdot u'_x$.
16. $(x)' = 1$	
17. $(x^n)' = nx^{n-1}$ $(n \in \mathbb{N},\ n \geq 2)$	**18.** $\left(u^n\right)' = nu^{n-1}u'$

19. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(x \neq 0)$

20. $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

21. $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(x > 0)$

22. $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

23. $(u \pm v)' = u' \pm v'$

24. $(uv)' = u'v + uv'$

25. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 2

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 3x$ là

(a) $3x$; (b) 3 ;

(c) x ; (d) x.

Trả lời. (b).

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = 3x^2 + x + 1$ là

(a) $6x$; (b) $6x + 1$;

(c) $x + 1$; (d) $x + 1$.

Trả lời. (b).

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = 3x^2 + \sqrt{x} + 1$ là

(a) $6x$; (b) $6x + 1$;

(c) $6x + \sqrt{x}$; (d) $6x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Trả lời. (d).

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = x\sqrt{x}$ là

(a) $6x$; (b) $6x + 1$;

(c) $6x + \sqrt{x}$; (d) $\frac{3}{2\sqrt{x}}$.

Trả lời. (d).

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ là

(a) $\frac{2x}{(x+1)^2}$; (b) $\frac{2x}{(x+1)}$;

(c) $\frac{x}{(x+1)^2}$; (d) $\frac{2}{(x+1)^2}$.

Trả lời. (a).

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 - x}{x+1}$ là

(a) $\frac{x^2 - 3x + 2}{(x+1)^2}$; (b) $\frac{x^2 - 3x + 2}{(x+1)}$;

(c) $\frac{3x+2}{(x+1)^2}$; (d) $\frac{x^2 - 3x}{(x+1)^2}$.

Trả lời. (a).

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x-1}$ bằng:

(a) $\frac{1}{2\sqrt{x-1}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$

(c) $-\frac{1}{2\sqrt{x-1}}$; (d) $\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$.

Trả lời. (a).

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{2x-1}$ bằng:

(a) $\frac{1}{2\sqrt{x-1}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$.

(c) $-\frac{1}{2\sqrt{x-1}}$; (d) $\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$.

Trả lời. (b).

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^3}$ bằng:

(a) $\frac{x^2}{2\sqrt{x^3}}$ (b) $\frac{x}{2\sqrt{x}}$.

(c) $\frac{x}{\sqrt{x}}$; (d) $\frac{\sqrt{x}}{2}$

Trả lời. (a).

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^3+1}$ bằng:

(a) $\frac{x^2}{2\sqrt{x^3}}$ (b) $\frac{x}{2\sqrt{x}}$.

(c) $\frac{x}{\sqrt{x}}$; (d) $\frac{\sqrt{x}}{2}$.

Trả lời. (a).

HOẠT ĐỘNG 7

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 16. *Hướng dẫn.* Sử dụng định lí đạo hàm của tổng và đạo hàm của hiệu

Đáp số. a) – 1 ; b) 10 ; c) 8.

Bài 17. *Hướng dẫn.* Sử dụng các công thức tính đạo hàm.
Đáp số.

a) $5x^4 - 12x^2 + 2 - \dfrac{3}{2\sqrt{x}}$;

b) $-2x^3 + 2x - \dfrac{1}{3}$;

c) $x^3 - x^2 + x - 1$;

d) $\dfrac{a}{a+b}$.

Bài 18. *Hướng dẫn.* Sử dụng các công thức tính đạo hàm.
Đáp số.

a) $2x(x^6 + 1)(7x^6 + 1)$.

b) $4x(-3x^2 + 1)$;

c) $\dfrac{-2(x^2+1)}{(x^2-1)^2}$;

d) $\dfrac{-5x^2+6x+8}{(x^2+x+1)^2}$;

e) $\dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2}$;

f) $2(9x^2 + x - 1)$.

Bài 19. *Hướng dẫn.* Sử dụng các công thức tính đạo hàm.
Đáp số.

a) $32(x - x^2)^{31}(1 - 2x)$;

b) $-\dfrac{3}{2x^2\sqrt{x}}$

c) $\dfrac{3-x}{2\sqrt{(1-x)^3}}$;

d) $\dfrac{a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$.

Bài 20. *Hướng dẫn.* Sử dụng các công thức tính đạo hàm.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f'(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$.
Câu hỏi 2 Giải bất phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $(-\infty ; 0) \cup \left[\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$.

Luyện tập
(tiết 8)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn lại

- Các công thức tính đạo hàm.
- Đạo hàm của hàm số hợp

2. Kĩ năng

Hình thành và rèn luyện kĩ năng tính đạo hàm của hàm.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x-1}$

a) Tính đạo hàm của hàm số .

b) Hãy sử dụng hệ quả $\left(\dfrac{1}{v}\right)'=-\dfrac{v'}{v^2}$ để tính đạo hàm của hàm số trên

Câu hỏi 2

a) Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x^2+x-3}$

b) Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+x-3}}$

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 21. Nhằm ôn lại đạo hàm của hàm số.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số **Câu hỏi 2** Giải bất phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x)=3x^2-6x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x<0$ hoặc $x>2$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số **Câu hỏi 2** Giải bất phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x)=3x^2-6x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $1-\sqrt{2}\le x\le 1+\sqrt{2}$.

Bài 22. Ôn tập cách tính đạo hàm của hàm số.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số **Câu hỏi 2** Giải phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x)=x^2-4x-6$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x_1=5{,}162\pm 0{,}001$; $x_2=-1{,}162\pm 0{,}001$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số **Câu hỏi 2** Giải phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x)=x^3-3x^2-3x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y'+5=0\Leftrightarrow x^3-3x^2-3x+5=0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x-5)=0$ Phương trình có 3 nghiệm là 1, $1+\sqrt{6}$ và $1-\sqrt{6}$

	Vậy nghiệm gần đúng của phương trình với sai số tuyệt đối không vượt quá 0,001 là $x_1 = 1$; $x_2 = 3{,}449 \pm 0{,}001$; $x_3 = -1{,}449 \pm 0{,}001$.

Bài 23. Nhằm ôn lại công thức tính đạo hàm của tổng hiệu tích thương và đạo hàm của hàm hợp.

Đáp số. a) $\dfrac{-2x^2-6x+25}{(x^2-5x+5)^2}$; b) $\dfrac{-5(2x-1)}{(x^2-x+1)^6}$; c) $2x+\dfrac{3}{2}\sqrt{x}$;

d) $2(x+2)(x+3)^2(3x^2+11x+9)$; e) $\dfrac{x^2-1}{2x^2\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x}}}$.

Bài 24. Nhằm ôn lại đạo hàm của hàm số và phương trình tiếp tuyến của đường cong.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = \dfrac{2}{(x-1)^2}$
Câu hỏi 2 Viết phương trình tiếp tuyến.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y = 2x - 1$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$.

Câu hỏi 2 Viết phương trình tiếp tuyến.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y=\frac{x+6}{4}$.

Bài 25. Nhằm ôn phương trình tiếp tuyến và đạo hàm của hàm số.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số. **Câu hỏi 2** A có thuộc đồ thị hàm số không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** y' = 2x. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Không.
Câu hỏi 3 Hãy viết phương trình đường thẳng đi qua A.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Phương trình đường thẳng (d) đi qua $A(0\,;-1)$ với hệ số góc k là $y = kx - 1$.
Câu hỏi 4 Hãy viết phương trình đường thẳng đi qua A.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Để (d) tiếp xúc với ($\mathcal{P}$) tại điểm M_0, điều kiện cần và đủ là (xem bài tập 13) $\begin{cases} f(x_0) = kx_0 - 1 \\ f'(x_0) = k \end{cases}$ hay $\begin{cases} x_0^2 = kx_0 - 1 \\ 2x_0 = k. \end{cases}$ Khử x_0 từ hệ này ta tìm được $k = \pm 2$. Vậy có hai tiếp tuyến của ($\mathcal{P}$) đi qua điểm $A(0\,;-1)$ với các phương trình là $y = \pm 2x - 1$.

Bài 26. *Hướng dẫn.* Lập hệ trục toạ độ . viết phương trình của quỹ đạo và phương trình tiếp tuyến của đường cong đó.

a) Với $x = 1$; $y = 0$: $x_0^2 + 2x_0 - 1 = 0$ $\Rightarrow x_0 = -1 + \sqrt{2} \approx 0{,}4142$;

b) Với $x = 2$; $y = 0$: $x_0^2 + 2x_0 - 2 = 0$ $\Rightarrow x_0 = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}7321$;

c) Với $x = 3$; $y = 0$: $x_0^2 + 2x_0 - 3 = 0$ $\Rightarrow x_0 = 1$;

d) Với $x = 4$; $y = 0$: $x_0^2 + 2x_0 - 4 = 0$ $\Rightarrow x_0 = -1 + \sqrt{5} \approx 1{,}2361$.

Bài 27. *Hướng dẫn.*

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Chọn phương thẳng đứng làm trục toạ độ hãy viết phương trình của chuyển động.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ ($g = 9{,}8$ m/s^2).
Câu hỏi 2 Khi v = 0 hãy tính t.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $t = \frac{v_0}{g} = \frac{196}{9{,}8} = 20(\text{s})$.
Câu hỏi 3 Xác định độ dài đường đi khi t = 20.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 196.20 - \frac{1}{2}.9{,}8.20^2$ $= 1960(\text{m})$.

§3. Đạo hàm của các hàm số lượng giác (tiết 9, 10)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

• Giới hạn của hàm số $\frac{\sin x}{x}$.

Đạo hàm của hàm số y = sinx, y = cosx, y = tanx, y = cotx và đạo hàm hàm hợp của chúng.

2. Kĩ năng

Sau khi học xong bài này HS vận dụng để tìm được một số giới hạn của hàm số lượng giác.

Tính được đạo hàm của một số hàm số lượng giác và hàm hợp của chúng.

3. Thái độ

• Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

• Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

• Chuẩn bị phấn màu, và một dụng đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

• Cần ôn lại một số kiến thức hai bài đã học.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục 3.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tìm đạo hàm của các hàm số sau đây :

a) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$.

b) $f(x) = \dfrac{x+1}{3x-7}$

Câu hỏi 2

Hãy nêu mối quan hệ giữa đạo hàm và tính liên tục của hàm số, đạo hàm và giới hạn của hàm số.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Giới hạn $\dfrac{\sin x}{x}$.

• GV cho HS sử dụng máy tính và điền vào bảng sau :

x (radian)	$\dfrac{\pi}{180}$	$\dfrac{\pi}{360}$	$\dfrac{\pi}{720}$	$\dfrac{\pi}{1800}$	$\dfrac{\pi}{5400}$
$\dfrac{\sin x}{x}$	...	...	...	...	...

H1. Nhận xét gì kết quả khi x dần đến 0.

• GV nêu định lí 1:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

• GV nêu chú ý :

Người ta cũng chứng minh được kết quả sau đây : Nếu hàm số $u = u(x)$ *thoả mãn các điều kiện :* $u(x) \neq 0$ *với mọi* $x \neq x_0$ *và*

$\lim\limits_{x \to x_0} u(x) = 0$ *thì* $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{\sin u(x)}{u(x)} = 1.$

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 1

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy biến đổi biểu thức $\dfrac{\sin 2x}{x}$ thành biểu thức chứa $\dfrac{\sin 2x}{2x}$ **Câu hỏi 2** Hãy tính $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 2x}{x}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{\sin 2x}{x} = 2.\dfrac{\sin 2x}{2x}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 2x}{x} = 2$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy biến đổi biểu thức $\dfrac{1-\cos x}{x^2}$ **Câu hỏi 2** Hãy tính $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{x^2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{1-\cos x}{x^2} = \dfrac{2\sin^2 \dfrac{x}{2}}{x^2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{x^2} = \dfrac{1}{2}\left(\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin \dfrac{x}{2}}{\dfrac{x}{2}}\right)^2$ $= \dfrac{1}{2} \cdot 1 = \dfrac{1}{2}$.

• GV hướng dẫn HS thực hiện H1 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính $\lim\limits_{x\to 0}(x\cot 3x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\lim\limits_{x\to 0} x\operatorname{cotg} 3x = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x\cos 3x}{\sin 3x}$ $= \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x}{\dfrac{\sin 3x}{3x}}\cdot\dfrac{1}{3}$. Vì $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{3x} = 1$ và $\lim\limits_{x\to 0}\cos 3x = \cos 0 = 1$ nên $\lim\limits_{x\to 0} x\operatorname{cotg} 3x = \dfrac{1}{3}$.
Câu hỏi 2 Hãy kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Đạo hàm của hàm số y = sinx

• GV nêu định lí 2 :

a) Hàm số y = sinx có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, và (sinx)' = cosx.

b) Nếu hàm số u = u(x) có đạo hàm trên J thì trên J ta có

$$(\sin u(x))' = (\cos u(x))\cdot u'(x).$$

H2. Hãy chứng minh định lí 2.

• GV nêu chú ý :

Nếu $y = \sin u$ và $u = u(x)$ thì

$$(\sin u)' = u'.\cos u.$$

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 2

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định hàm số u. **Câu hỏi 2** Hãy tính đạo hàm của hàm số: $y = \sin(x^3 - x + 2)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u = x^3 - x + 2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự tính.

• GV hướng dẫn HS thực hiện **H2** trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính đạo hàm của hàm số: $y = \sin\sqrt{x}$ **Câu hỏi 2** Hãy kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $[\sin(\sqrt{x})]' = \dfrac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Đạo hàm của hàm số y = cosx

• GV nêu định lí 3:

a) Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $(\cos x)' = -\sin x$.

b) Nếu hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm trên J thì trên J ta có

$$(\cos u(x))' = (-\sin u(x))\, u'(x).$$

H3. Hãy cho một vài ví dụ thoả mãn định lí trên.

• GV nêu chú ý :

Nếu $y = \cos u$ và $u = u(x)$ thì

$$(\cos u)' = -u'.\sin u.$$

H4. Hãy cho một vài ví dụ thoả mãn chú ý trên.

• GV hướng dẫn HS thực hiện **H3** trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định hàm số u. **Câu hỏi 2** Tìm đạo hàm của hàm số $y = cos^2x$ **Câu hỏi 3** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u = \cos x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $(\cos^2 x)' = -\sin 2x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

H5. Hãy tính đạo hàm của các hàm số sau đây :

y = cos (sinx) ; y = sin (cosx).

HOẠT ĐỘNG 4

4. Đạo hàm của hàm số y = tanx

• Thực hiện **H4** trong 4'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nhắc lại định nghĩa tanx. **Câu hỏi 2** Tìm đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Dựa vào công thức đạo hàm của hàm thương.

• GV nêu định lí 4:

a) Hàm số y = tan x có đạo hàm trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi ; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ *(với* $k \in \mathbb{Z}$*), và*

$$(tanx)' = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

b) Giả sử hàm số u = u(x) có đạo hàm trên J và $u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ *(*$k \in \mathbb{Z}$*) với mọi* $x \in J$*. Khi đó, trên J ta có*

$$\left(\tan u(x)\right)' = \frac{u'(x)}{\cos^2 u(x)}$$

H6. Hãy cho một vài ví dụ thoả mãn định lí trên.

• GV nêu chú ý :

Nếu $y = \tan u$ *và* $u = u(x)$ *thì ta có* $(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$

H7. Hãy cho một vài ví dụ thoả mãn chú ý trên.

• Nêu và thực hiện ví dụ 3.

GV có thể thay bởi ví dụ khác tuỳ thuộc vào đối tượng HS.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định hàm số u. **Câu hỏi 2** Tìm đạo hàm của hàm số $y = y = \sqrt{\tan x}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u = \tan x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $(\sqrt{\tan x})' = \dfrac{1 + \tan^2 x}{2\sqrt{\tan x}}$.

H8. Hãy tính đạo hàm của các hàm số sau đây :

y = tan (sinx) ; y = tan (cosx).

HOẠT ĐỘNG 5

5. Đạo hàm của hàm số y = cotx

• Thực hiện hoạt động gợi mở sau :

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm đạo hàm của hàm số $y = \tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Đây là hàm số hợp. Hãy tính đạo hàm của hàm số.

Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2
Hãy so sánh $\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ và cotx.	Hai biểu thức bằng nhau.

• GV nêu định lí 5:

a) Hàm số y = cotx có đạo hàm trên mỗi khoảng $(k\pi;(k+1)\pi)$ *(với k* $\in \mathbb{Z}$*), và*

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

b) Giả sử hàm số u = u(x) có đạo hàm trên J và u(x) $\neq k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ *với mọi x* $\in J$*. Khi đó trên J ta có*

$$\left(\cot u(x)\right)' = -\frac{u'(x)}{\sin^2 u(x)}.$$

H9. Hãy cho một vài ví dụ thoả mãn định lí trên.

• GV nêu chú ý :

Nếu $y = \cot u$ *và* $u = u(x)$*, ta có* $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$.

H10. Hãy cho một vài ví dụ thoả mãn chú ý trên.

• Nêu và thực hiện ví dụ 4.

GV có thể thay bởi ví dụ khác tuỳ thuộc vào đối tượng HS.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định hàm số u. **Câu hỏi 2** Tìm đạo hàm của hàm số $y = \cot^3 2x$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $u = \cot 2x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\left(\cot^3 2x\right)' = -6(\cot^2 2x)(1+\cot^2 2x)$.

H11. Hãy tính đạo hàm của các hàm số sau đây :

y = cot (sinx) ; y = cot (cosx).

• Thực hiện **H5** trong 4'

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy Tính đạo hàm của hàm số : y = tan2x + cot2x. **Câu hỏi 2** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $(\tan 2x + \cot 2x)' = 2(\tan^2 2x - \cot^2 2x)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy Tính đạo hàm của hàm số : $y = \cot(\sin 5x)$. **Câu hỏi 2** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $[\cot(\sin 5x)]' = -5[1 + \cot^2(\sin 5x)] \cos 5x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

• GV cho HS tự điền vào bảng tóm tắt sau :

$(\sin x)' = \ldots$	$(\sin u)' = \ldots$
$(\cos x)' = \ldots$	$(\cos u)' = \ldots$
$(\tan x)' = \ldots$	$(\tan u)' = \ldots$
$(\cot x)' = \ldots$	$(\cot u)' = \ldots$

HOẠT ĐỘNG 6

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$.

2. Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm tại mọi $x \in \mathbb{R}$ và $(\sin x)' = \cos x$.

Nếu $y = \sin u$ và $u = u(x)$ thì

$$\boxed{(\sin u)' = u' . \cos u.}$$

3. Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm tại mọi $x \in \mathbb{R}$ và $(\cos x)' = -\sin x$.

Nếu $y = \cos u$ và $u = u(x)$ thì

$$\boxed{(\cos u)' = -u' . \sin u.}$$

4. Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

Nếu $y = \tan u$ và $u = u(x)$ thì ta có

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}.$$

5. Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

Nếu $y = \cot u$ và $u = u(x)$, ta có

$$\boxed{(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}.}$$

$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u'.\cos u$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u'.\sin u$
$(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$
$(\cot x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$

HOẠT ĐỘNG 7

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1.

(a) Hàm số y = sinx có đạo hàm với mọi x thuộc tập xác định của nó ☐

(b) Hàm số y = cosx có đạo hàm với mọi x thuộc tập xác định của nó ☐

(c) Hàm số y = tanx có đạo hàm với mọi x thuộc tập xác định của nó ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	S

Câu 2.

(a) Đạo hàm của hàm số y = $\sin\sqrt{x}$ là $\cos\sqrt{x}$ ☐

(b) Đạo hàm của hàm số y = $\sin\sqrt{x}$ là $\dfrac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ ☐

(c) Đạo hàm của hàm số y = $\cos\sqrt{x}$ là $-\sin\sqrt{x}$ ☐

(d) Đạo hàm của hàm số $y = \cos\sqrt{x}$ là $-\dfrac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	Đ

Câu 3.

(a) Đạo hàm của hàm số $y = \tan\sqrt{x}$ là $\dfrac{1}{\cos^2\sqrt{x}}$ ☐

(b) Đạo hàm của hàm số $y = \tan\sqrt{x}$ là $\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}$ ☐

(c) Đạo hàm của hàm số $y = \cot\sqrt{x}$ là $-\dfrac{1}{2\sqrt{x}\sin^2\sqrt{x}}$ ☐

(d) Đạo hàm của hàm số $y = \cos\sqrt{x}$ là $\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}$. ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	Đ	S

Câu 4 (a) Đạo hàm của hàm số $y = \tan 2x$ là $\dfrac{2}{\cos^2 x}$ ☐

(b) Đạo hàm của hàm số $y = \tan 2x$ là $\dfrac{2}{\cos^2 2x}$ ☐

(c) Đạo hàm của hàm số $y = \cot 2x$ là $-\dfrac{2}{\sin^2 x}$ ☐

(d) Đạo hàm của hàm số $y = \cos tx$ là $\dfrac{2}{\cos^2 2x}$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	Đ

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 5. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là cos 2x

(a) f(x) = sin 2x ; (b) $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$;

(c) $f(x) = \sin^2 x$; (d) f(x) = cos2x.

Trả lời. (b).

Câu 6. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là sin 2x

(a) f(x) = sin 2x ; (b) $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$;

(c) $f(x) = \sin^2 x$; (d) $f(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$.

Trả lời. (d).

Câu 7. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $\frac{2\tan x}{\cos^2 x}$

(a) $f(x) = \tan^2 x$; (b) $f(x) = \frac{1}{2}\tan 2x$;

(c) $f(x) = \cot^2 x$; (d) $f(x) = \frac{1}{2}\cos 2x$.

Trả lời. (a).

Câu 8. Đạo hàm của hàm số y = 2sinxcosx là

(a) 2cos2x ; (b) –2sinxcosx;

(c) $\cos^2 2x$; (d) $\sin^2 2x$.

Trả lời. (a).

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y = 4\cos^3 x - 3\cos x$ là

(a) 3sin3x ; (b) –3sinxcosx;

(c) $\cos^3 3x$; (d) $\sin^3 3x$.

Trả lời. (a).

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = -4\sin^3 x + 3\sin x$ là

(a) $-3\cos 3x$; (b) $3\cos 3x$;

(c) $\cos^3 3x$; (d) $\sin^3 3x$.

Trả lời. (a).

HOẠT ĐỘNG 8

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 28. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp công thức $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x} = 1$.

Đáp số.

a) $\dfrac{2}{5}$; b) $\dfrac{1}{2}$;

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+\sin x-\cos x}{1-\sin x-\cos x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin^2\dfrac{x}{2}+2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}}{2\sin^2\dfrac{x}{2}-2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}}{\sin\dfrac{x}{2}-\cos\dfrac{x}{2}} = -1.$

Bài 29. *Hướng dẫn.* Sử dụng các công thức tính đạo hàm các hàm số lượng giác.

a) $5\cos x + 3\sin x$; b) $(2x-3)\cos(x^2-3x+2)$;

c) $\dfrac{-\sin\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}}$; d) $2(4\cos 8x - \cos 2x)$;

e) $-\dfrac{2}{(\sin x-\cos x)^2}$; f) $-\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$

Bài 30. *Hướng dẫn.* Sử dụng các công thức tính đạo hàm các hàm số lượng giác.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy biến đổi biểu thức lượng giác.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $(\sin^2 x + \cos^2 x)^3 = \sin^6 x + 3\sin^4 x \cos^2 x + 3\sin^2 x \cos^4 x + \cos^6 x$ $\Leftrightarrow \quad 1 = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x.$
Câu hỏi 2 Chứng minh $y' = 0$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự chứng minh.

Bài 31. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức tính đạo hàm cơ bản và công thức tính đạo hàm các hàm số lượng giác.

Đáp số. a) $\dfrac{1}{2\cos^2 \dfrac{x+1}{2}}$; b) $-2x\left(1+\cot^2(x^2+1)\right)$;

c) $\dfrac{3\sin^2 x}{\cos^4 x} - \dfrac{2}{\sin^2 2x} = 3\tan^2 x(1+\tan^2 x) - 2(1+\cot^2 2x)$;

d) $\dfrac{12}{\sin^2 6x}$; e) $\dfrac{1}{\cos^2 x\sqrt{1+2\tan x}}$; f) $\cot x - \dfrac{x}{\sin^2 x}$

Bài 32. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức tính đạo hàm cơ bản và công thức tính đạo hàm các hàm số lượng giác.

a) $y' = 1 + \tan^2 x$. Do đó $y' - y^2 - 1 = (1 + \tan^2 x) - \tan^2 x - 1 = 0$.

b) $y' = -2(1 + \cot^2 2x)$. Do đó $y' + 2y^2 + 2 = -2(1 + \cot^2 2x) + 2\cot^2 2x + 2 = 0$.

Luyện tập
(tiết 11)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn lại

- Các công thức tính đạo hàm.
- Đạo hàm của hàm số lượng giác.

2. Kĩ năng

Hình thành và rèn luyện kĩ năng tính đạo hàm của hàm số lượng giác.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tính đạo hàm của hàm số : $f(x)=\dfrac{\sin 2x}{x-1}$

Câu hỏi 2

a) Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{2\tan x}$

b) Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x}{\sqrt{\cot x}}$

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 33. Nhằm ôn lại đạo hàm của hàm số lượng giác.

GV gọi mỗi HS lên bảng chữa một câu

Đáp số. a) $(x\cos x-\sin x)\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{\sin^2 x}\right)$; b) $\dfrac{\sin 2x}{1+\tan 2x}-\dfrac{2\sin^2 x(1+\tan^2 2x)}{(1+\tan 2x)^2}$;

c) $\dfrac{\cos x}{\cos^2(\sin x)}$; d) $\dfrac{\sin 2(x^2-1)-4x^2}{2\sin^2(x^2-1)}$. ;

e) $\dfrac{2\sin\sqrt{\pi-8x}}{\sqrt{\pi-8x}}$; f) $\dfrac{2\sin 3x+3x\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$.

Bài 34. Ôn tập cách tính đạo hàm của hàm số lương giác, đạo hàm của một thương.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\dfrac{[\cos x-(\cos x-x\sin x)](\cos x-x\sin x)-}{(\cos x-x\sin x)^2}$

Câu hỏi 2 Tính f'(π).	$\frac{-(\sin x - x\cos x)\left[-\sin x - (\sin x + x\cos x)\right]}{(\cos x - x\sin x)^2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f'(\pi) = \frac{\left[-1-(-1)\right](-1) - \pi.\pi}{(-1)^2} = -\pi^2$

Bài 35. Nhằm ôn lại đạo hàm của hàm số lượng giác.

GV Gọi mỗi HS lên bảng chữa một câu.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số **Câu hỏi 2** Giải phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y = 2\cos 2x + 2\sin x = 2(1 - 2\sin^2 x) + 2\sin x.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y' = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 1\\ \sin x = -\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{2} + k2\pi\\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi\\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z}).\end{array}\right.$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số **Câu hỏi 2** Giải phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = 6\cos 2x - 8\sin 2x + 10.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y' = 0 \Leftrightarrow 4\sin 2x - 3\cos 2x = 5$

	$\Leftrightarrow \frac{4}{5}\sin 2x - \frac{3}{5}\cos 2x = 1$ HS tự giải tiếp.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số **Câu hỏi 2** Giải phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = -2\cos x \sin x + \cos x$ $= \cos x\,(1 - 2\sin x)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y' = 0 \Leftrightarrow \cos x\,(1 - 2\sin x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0$ hoặc $1 - 2\sin x = 0$. +) $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. +) $1 - 2\sin x = 0$ $\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số **Câu hỏi 2** Giải phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự tính. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

Bài 36. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức đạo hàm của hàm số lượng giác và đạo hàm của hàm hợp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của các hàm số **Câu hỏi 2** Giải bất phương trình .	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f'(x) = 2.2\cos(4x-1).[-\sin(4x-1)]4$ $= -8\sin 2(4x-1).$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lvert f'(x)\rvert = 8\lvert\sin 2(4x-1)\rvert \le 8.$ Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\sin 2(4x-1) = \pm 1 \Leftrightarrow 2(4x-1)$ $= \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{8} + \frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow x = \frac{1}{16}(\pi + 4 + k2\pi)\ (k \in \mathbb{Z}).$

Bài 37. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức đạo hàm của hàm số lượng giác và đạo hàm của hàm hợp.

a) Cường độ tại thời điểm t của dòng điện là

$$i(t) = q'(t) = Q_0\omega\cos\omega t.$$

Khi $Q_0 = 10^{-8}$C và $\omega = 10^6\pi$ rad/s thì cường độ dòng điện tại thời điểm

$t = 6$s là $i(6) = 10^{-8}\ 10^6\pi.\cos(10^6\pi.6) = \frac{\pi}{100}$ (A) $\approx 31{,}41592$ (mA).

Bài 38. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức đạo hàm của hàm số lượng giác và đạo hàm của hàm hợp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Giải câu a)	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện của bài toán có nghĩa là

Câu hỏi 2 Giải câu b)	$f'(\pi) = -\sin 2\pi + m\cos\pi = 1$, hay $m = -1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Điều kiện của bài toán có nghĩa là $f'\left(-\frac{\pi}{4}\right) = f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$. Ta có $f'\left(-\frac{\pi}{4}\right) = f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ $\Leftrightarrow -\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + m\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{2\pi}{3} + m\cos\frac{\pi}{3}$ $\Leftrightarrow 1 + m\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{m}{2}$. Giải phương trình này với ẩn m, ta được $m = \frac{-(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{2}-1}$

§4. Vi phân
(tiết 12)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

• Định nghĩa vi phân :

- Ứng dụng của vi phân trong phép tính gần đúng.

2. Kĩ năng

Sau khi học xong bài này HS vận dụng định nghĩa để tính được vi phân của hàm số, vi phân của hàm số tại một điểm.

- Sử dụng vi phân để tính toán gần đúng các số thập phân.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức hai bài đã học

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tìm đạo hàm của các hàm số sau đây :

a) $f(x) = \sqrt{\sin x}$.

b) $f(x) = \dfrac{\sin x + \cos x}{\cos 2x}$

Câu hỏi 2

Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin(23x - 1)$.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Vi phân của hàm số tại một điểm

• GV đặt vấn đề :

Xét giới hạn : $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

Nhận xét về mối quan hệ giữa $|\Delta x|$ và $f'(x_0)$.

H2. Có thể coi $\Delta y \approx f'(x_0)\Delta x$ được hay không?

• GV nêu định nghĩa vi phân:

Tích $f'(x_0)\Delta x$ được gọi là vi phân của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 (ứng với số gia Δx) và được kí hiệu là $df(x_0)$, tức là

$$df(x_0) = f'(x_0)\Delta x.$$

H3. Để tính vi phân của hàm số tại một điểm có thể chia làm mấy bước.

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 1 trong 3'. Có thể thay bởi ví dụ khác tương tự nhưng mức độ không khó hơn.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $f'(x_0)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $f'(x) = \cos x$, do đó $f'(\dfrac{\pi}{4}) = 1$.
Câu hỏi 2 Tính $f'(x_0)\,\Delta x$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $df\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) \cdot \Delta x$ $= \cos\dfrac{\pi}{4} \cdot \Delta x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.\Delta x.$

• Thực hiện H1 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $d\big(f(2)\big)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Câu hỏi 2 Tính vi phân của hàm số với $\Delta x = 0,2$. **Câu hỏi 3** Tính vi phân của hàm số với $\Delta x = 0,02$.	**Ta có** $df(2) = -\frac{\Delta x}{18\sqrt{2}}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\Delta x = 0,2$ thì $df(2) = -\frac{0,1}{9\sqrt{2}} \approx -0,00786$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\Delta x = 0,02$ thì $df(2) = -\frac{0,01}{9\sqrt{2}}$ $\approx -0,00079$.

H4. Tính vi phân của hàm số : $f(x) = 2x + \sqrt{x}$

HOẠT ĐỘNG 2

2. Ứng dụng vi phân vào phép tính gần đúng

• GV nêu công thức :

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x.$$

H5. Hãy chứng minh công thức trên.

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 2

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Đặt $f(x) = \sin x$ hãy tính $f'(x)$. **Câu hỏi 2** Hãy xác định x_0 và Δx. **Câu hỏi 3** Tính giá trị gần đúng của $\sqrt{3,99}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $f'(x) = \cos x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x_0 = \frac{\pi}{6}$ và $\Delta x = \frac{\pi}{360}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $f\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{360}\right) \approx f\left(\frac{\pi}{6}\right) + f'\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \frac{\pi}{360}$, hay

	$\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{360}\right) \approx \sin\frac{\pi}{6} +$ $\left(\cos\frac{\pi}{6}\right)\frac{\pi}{360} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\pi}{360}$ $\approx 0{,}5076.$ Vậy $\sin 30°30' = \sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{360}\right)$ $\approx 0{,}5076.$

HOẠT ĐỘNG 3

3. Vi phân của hàm số

• GV nêu định nghĩa vi phân của hàm số :

Nếu hàm số f có đạo hàm f' thì tích $f'(x)\Delta x$ gọi là vi phân của hàm số $y = f(x)$, kí hiệu là $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Đặc biệt với hàm số $y = x$, ta có $dx = (x)'\Delta x = \Delta x$. Do đó ta có thể viết (3) dưới dạng

$$df(x) = f'(x)dx \text{ hay } dy = y'dx.$$

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 3.

H6. Nêu các bước tính vi phân và đạo hàm của hàm số.

• Thực hiện **H2** trong 4'. GV nên gọi mỗi HS thực hiện một câu.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính vi phân hàm số. **Câu hỏi 2** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $dy = \frac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x-1}}dx$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

	HS tự kết luận.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính vi phân hàm số. **Câu hỏi 2** Kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $dy = 3\cos 3x\,dx$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự kết luận.

HOẠT ĐỘNG 4

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Ta gọi tích $f'(x)\Delta x$ là ***vi phân*** của hàm số $y = f(x)$ tại x ứng với số gia Δx, kí hiệu là $df(x)$ hoặc dy, tức là

$dy = df(x) = f'(x)\Delta x$.

2. $f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$.

HOẠT ĐỘNG 5

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1.

(a) Hàm số y = sinx có đạo hàm bằng vi phân của nó ☐

(b) Hàm số y = cosx có vi phân là dy = −sinxdx ☐

(c) Hàm số y = tanx có vi phân là $dy = \frac{1}{\cos^2 x}dx$ ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	Đ	S

Câu 2.

(a) Vi phân của hàm số $y = \sin\sqrt{x}$ là $dy = \cos\sqrt{x}\,dx$ ☐

(b) Vi phân của hàm số $y = \sin\sqrt{x}$ là $dy = \dfrac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}\,dx$ ☐

(c) Vi phân của hàm số $y = \cos\sqrt{x}$ là $dy = -\sin\sqrt{x}\,dx$ ☐

(d) Vi phân của hàm số $y = \cos\sqrt{x}$ là $dy = -\dfrac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}\,dx$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	Đ

Câu 3.

(a) Vi phân của hàm số $y = \tan\sqrt{x}$ là $dy = \dfrac{1}{\cos^2\sqrt{x}}\,dx$ ☐

(b) Vi phân của hàm số $y = \tan\sqrt{x}$ là $dy = \dfrac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}\,dx$ ☐

(c) Vi phân của hàm số $y = \cot\sqrt{x}$ là $dy = -\dfrac{1}{2\sqrt{x}\sin^2\sqrt{x}}\,dx$ ☐

(d) Vi phân của hàm số $y = \cos\sqrt{x}$ là $dy = \dfrac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}\,dx$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	Đ	S

Câu 4

(a) Đạo hàm của hàm số $y = \tan 2x$ là $dy = \dfrac{2}{\cos^2 x}\,dx$ ☐

(b) Đạo hàm của hàm số $y = \tan 2x$ là $dy = \dfrac{2}{\cos^2 2x}\,dx$ ☐

(c) Đạo hàm của hàm số $y = \cot 2x$ là $dy = -\dfrac{2}{\sin^2 x}\,dx$ ☐

(d) Đạo hàm của hàm số $y = \cot x$ là $dy = \dfrac{2}{\cos^2 2x}\,dx$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	Đ

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 5. Hàm số nào sau đây có vi phân là $dy = \cos 2x dx$

(a) $f(x) = \sin 2x$; (b) $f(x) = \dfrac{1}{2}\sin 2x$;

(c) $f(x) = \sin^2 x$; (d) $f(x) = \cos 2x$.

Trả lời. (b).

Câu 6. Hàm số nào sau đây có vi phân là $dy = \sin 2x dx$

(a) $f(x) = \sin 2x$; (b) $f(x) = \dfrac{1}{2}\sin 2x$;

(c) $f(x) = \sin^2 x$; (d) $f(x) = -\dfrac{1}{2}\cos 2x$.

Trả lời. (d).

Câu 7. Hàm số nào sau đây có vi phân là $dy = \dfrac{2\tan x}{\cos^2 x}dx$

(a) $f(x) = \tan^2 x$;

(b) $f(x) = \frac{1}{2}\tan 2x$;

(c) $f(x) = \cot^2 x$;

(d) $f(x) = \frac{1}{2}\cos 2x$.

Trả lời. (a).

Câu 8. Vi phân của hàm số $y = 2\sin x\cos x$ là

(a) $dy = 2\cos 2x dx$;

(b) $dy = -2\sin x\cos x dx$;

(c) $dy = \cos^2 2x dx$;

(d) $dy \sin^2 dx$.

Trả lời. (a).

HOẠT ĐỘNG 6

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 39. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp công thức tính vi phân .

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 $f(x) = \sin 2x$ hãy tính $f'(x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $f'(x) = \cos x$.
Câu hỏi 2 Hãy xác định x_0 và Δx.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x_0 = \frac{\pi}{3}$ và $\Delta x = 0{,}01$.
Câu hỏi 3 Tính vi phân của hàm tại $\Delta x = 0{,}01$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** HS tự tính.
Câu hỏi 4 Tính vi phân của hàm tại $\Delta x = 0{,}001$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** HS tự tính.

Bài 40. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp công thức tính vi phân .

Đáp số.

a) $\frac{1}{2(a+b)\sqrt{x}}dx$;

b) $(\sin x + x\cos x)dx$;

c) $(2x + \sin 2x)dx$; d) $\frac{3\sin^2 x}{\cos^4 x}\,dx$

Bài 41. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp công thức tính giá trị gần đúng nhờ vi phân (công thức 2).

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 $f(x) = \frac{1}{x}$ hãy tính f'(x). **Câu hỏi 2** Hãy xác định x_0 và Δx. **Câu hỏi 3** Tính vi phân của hàm tại $\Delta x = 0{,}001$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x_0 = 1$, $\Delta x = -0{,}0005$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\,\Delta x$, ta được $\frac{1}{x_0 + \Delta x} \approx \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0^2}\,.\,\Delta x$, hay $\frac{1}{0{,}9995} \approx 1 + 0{,}0005 = 1{,}0005$.

§5. Đạo hàm cấp cao

(tiết 13)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

Định nghĩa đạo hàm cấp hai và đạo hàm cấp cao.

Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai.

2. Kĩ năng

- Sau khi học xong bài này HS vận dụng định nghĩa để tính được đạo hàm cấp hai và đạo hàm cấp cao hơn của một hàm số.

- Tìm được gia tốc tức thời của chuyển động.

3. Thái độ

Tự giác, tích cực trong học tập.

- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

Chuẩn bị phấn màu, và một dụng đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức bài đã học

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tìm vi phân của các hàm số sau đây :

a) $f(x) = \sqrt{\sin x} + 3$.

b) $f(x) = \dfrac{\sin x + \cos x}{\cos 2x} + \tan x$.

Câu hỏi 2

Tính vi phân của hàm số $f(x) = \sin(23x - 1)$ tại $x_0 = 1$ và $\Delta x = 0{,}001$.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Đạo hàm cấp hai

• GV nêu ví dụ trong SGK để dẫn dắt hoặc có thể lấy ví dụ khác tương tự

H1. Hãy tính đạo hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + 1$.

H2. Đạo hàm của hàm số đó có phải là một hàm số hay không? Nếu phải hãy tính đạo hàm của hàm số đó.

• GV nêu định nghĩa :

Cho hàm số f có đạo hàm f'. Nếu f' cũng có đạo hàm thì đạo hàm của nó được gọi là đạo hàm cấp hai của hàm f và kí hiệu là f", tức là

$$f'' = (f')'$$

f' còn gọi là đạo hàm cấp một của hàm số f. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = f(x)$ còn được kí hiệu là y"

• Thực hiện ví dụ 1 rong 2' GV nên gọi 2 HS, mỗi HS thực hiện một câu.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hai hàm số trên. **Câu hỏi 2** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = 3x^2 - 4x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y'' = (3x^2 - 4x)' = 6x - 4$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hai hàm số trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = 1 + \tan^2 x$.

Câu hỏi 2 Tính đạo hàm cấp hai của hàm số.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $y'' = (1 + \tan^2 x)' = 2\tan x\,(1+ \tan^2 x)$.

• Thực hiện H1 trong 4' GV nên gọi 2 HS, mỗi HS thực hiện một câu.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hai hàm số trên. **Câu hỏi 2** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y' = \left(\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)' = -\dfrac{1}{4x\sqrt{x}}$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hai hàm số trên. **Câu hỏi 2** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = \cos x$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y'' = -\sin x$.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai

• GV nêu bài toán như trong SGK.

H3. Cho một chất điểm chuyển động có phương trình $s = s(t)$. Hãy cho biết vận tốc tức thời.

H4. Tính số gia Δv.

• GV nêu định nghĩa :

Trong cơ học, giới hạn hữu hạn (nếu có) của tỉ số $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ *khi* Δt *dần đến 0 được gọi là gia tốc tức thời tại thời điểm* t_0 *(hay gia tốc tại thời điểm* t_0*) của chất điểm đó, và được kí hiệu là* $a(t_0)$*. Vậy*

$$a(t_0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

• GV nêu ý nghĩa cơ học của :

Gia tốc (tức thời) $a(t_0)$ *tại thời điểm* t_0 *của một chất điểm chuyển động cho bởi phương trình* $s = s(t)$ *bằng đạo hàm cấp hai của hàm số* $s = s(t)$ *tại điểm* t_0, tức là

$$a(t_0) = s''(t_0).$$

• GV nêu ví dụ 2 để minh hoạ.

• Thực hiện **H2** trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính đạo hàm cấp 1 và đạo hàm cấp hai của hàm số : $S(t) = 5t - 3t^2$. **Câu hỏi 2** Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4s$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có S' = 5 – 6t ; S à = –6 **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $-6m/s^2$.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Đạo hàm cấp cao

• GV nêu ý định nghĩa của đạo hàm cấp cao :

Cho hàm số f có đạo hàm cấp $n - 1$ *(với* $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$*) là* $f^{(n-1)}$*. Nếu* $f^{(n-1)}$ *là hàm số có đạo hàm thì đạo hàm của nó được gọi là* ***đạo hàm cấp n*** *của hàm số f và kí hiệu là* $f^{(n)}$ *Nói cách khác,*

$$f^{(n)} = \left[f^{(n-1)}\right]' \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2).$$

Đạo hàm cấp n của hàm số $y = f(x)$ còn được kí hiệu là $y^{(n)}$.

• GV nêu và cho hai HS thực hiện ví dụ 4. GV có thể lấy ví dụ khác tương tự.

• Thực hiện **H3** trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính y' và cho biết với n = 1, công thức đó đúng hay sai ? **Câu hỏi 2** Hãy chứng minh bài toán bằng phương pháp quy nạp.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Công thức đúng. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự chứng minh.

HOẠT ĐỘNG 4

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại mỗi điểm $x \in (a ; b)$. Khi đó, hệ thức $y' = f'(x)$ xác định một hàm số mới trên khoảng $(a ; b)$. Nếu hàm số $y' = f'(x)$ lại có đạo hàm tại x thì ta gọi đạo hàm của y' là đạo hàm cấp hai của hàm số $y = f(x)$ và kí hiệu là y'' hoặc $f''(x)$.

2. Đạo hàm cấp 3 của hàm số $y = f(x)$ được định nghĩa tương tự và kí hiệu là y''' hoặc $f'''(x)$ hoặc $f^{(3)}(x)$.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp $n - 1$, kí hiệu là $f^{(n-1)}(x)$ $(n \in \mathbb{N}, n \geq 4)$. Nếu $f^{(n-1)}(x)$ có đạo hàm thì đạo hàm của nó được gọi là đạo hàm cấp n của $f(x)$, kí hiệu là $y^{(n)}$ hoặc $f^{(n)}(x)$.

$$f^{(n)}(x) = (f^{(n-1)}(x))'$$

3. Đạo hàm cấp hai $f''(t)$ là gia tốc tức thời của chuyển động $s = f(t)$ tại thời điểm t.

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1.

(a) Hàm số y = sinx có đạo hàm cấp hai là y" = sinx ☐

(b) Hàm số y = sinx có đạo hàm cấp hai là y" = –sinx ☐

(c) Hàm số y = sinx có đạo hàm cấp ba là y''' = cosx ☐

(d) Hàm số y = sinx có đạo hàm cấp ba là y''' = – cosx ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	Đ

Câu 2.

(a) Đạo hàm cấp hai của hàm y = $\sqrt{x}$ là $-\frac{1}{4.x^{\frac{3}{2}}}$ ☐

(b) Đạo hàm cấp ba của hàm số y = $\sqrt{x}$ là $\frac{3}{8x^{\frac{5}{2}}}$ ☐

(c) Đạo hàm của hàm số y = $\sin\sqrt{x}$ là $\frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ ☐

(d) Cả ba câu trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	S

Câu 3.

(a) Đạo hàm của hàm số y = $\tan\sqrt{x}$ là $\frac{1}{\cos^2\sqrt{x}}$ ☐

(b) Đạo hàm cấp hai $y = \tan\sqrt{x}$ là

$$\frac{1}{2}\frac{\tan(\sqrt{x})\left(1+\tan(\sqrt{x})^2\right)}{x} - \frac{1}{4}\frac{1+\tan(\sqrt{x})^2}{x^{(3/2)}}.$$ ☐

(c) Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \cot\sqrt{x}$

$$-\frac{1}{2}\frac{\cot(\sqrt{x})\left(-1-\cot(\sqrt{x})^2\right)}{x} - \frac{1}{4}\frac{-1-\cot(\sqrt{x})^2}{x^{(3/2)}}$$ ☐

(d) Cả ba câu trên đều sai ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	S

Câu 4 Cho hàm số $y = \frac{1}{x}$

(a) Đạo hàm của hàm số là $-\frac{1}{x^2}$ ☐

(b) Đạo hàm cấp hai của hàm số là $\frac{2}{x^3}$ ☐

(c) Đạo hàm cấp ba của hàm số là $-\frac{6}{x^4}$ ☐

(d) Đạo hàm cấp 4 của hàm số là $\frac{9}{x^5}$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	S

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 5. Hàm số nào sau đây có đạo hàm cấp 2 là 6x

(a) $f(x) = x^3$;

(b) $f(x) = \frac{1}{6}x^3$;

(c) $f(x) = 3x^2$;

(d) $f(x) = 2x^3$

Trả lời. (b).

Câu 6. Hàm số nào sau đây có đạo hàm cấp hai là $\frac{2\cos(x)^2}{\sin(x)^3} + \frac{1}{\sin(x)}$

(a) $f(x) = \frac{1}{\sin x}$;

(b) $f(x) = -\frac{1}{\sin x}$;

(c) $f(x) = \frac{1}{\cos x}$;

(d) $f(x) = -\frac{1}{\cos x}$

Trả lời. (a).

Câu 7. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \sqrt{1-x}$ là

(a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$;

(b) $-\frac{1}{4}\frac{1}{(1-x)^{(3/2)}}$;

(c) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{1-x}}$;

(d) $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x}}$.

Trả lời. (a).

Câu 8. Đạo hàm cấp hai của hàm số tanx là

(a) $2\tan x(1+\tan^2 x)$;

(b) $2\tan x(1-\tan^2 x)$;

(c) $-2\tan x(1+\tan^2 x)$;

(d) $2\tan x(-1+\tan^2 x)$.

Trả lời. (a).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 42. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp công thức tính đạo hàm cấp cao, sau đó thay giá trị vào biểu thức tìm được.

Đáp số.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính f'(x) **Câu hỏi 2** Tính f''(x). **Câu hỏi 3** Tính f'''(x) **Câu hỏi 4** Tính $f^{(4)}(x)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $f'(x) = 4x^3 + 2\sin 2x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f''(x) = 12x^2 + 4\cos 2x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $f'''(x) = 24x - 8\sin 2x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $f''''(x) = 12x^2 + 4\cos 2x$. $f^{(4)}(x) = 24 - 16\cos 2x$.

Các câu còn lại làm tương tự.

Đáp số.

b) $f^{(5)}(x) = -16\sin 2x$;

c) $f'(x) = 6(x + 10)^5$; $f''(x) = 30(x + 10)^4$;

$f'''(x) = 120(x + 10)^3$; $f^{(4)}(x) = 360(x + 10)^2$; $f^{(5)}(x) = 720(x + 10)$;

$f^{(6)}(x) = 720$; $f^{(n)}(x) = 0$ $(\forall n \geq 7)$;

Bài 43. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp công thức tính đạo hàm cấp cao. Sử dụng phương pháp chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính f'(x) **Câu hỏi 2** Với n = 1 công thức có đúng hay không ? **Câu hỏi 3** Hãy chứng minh công thức bằng phương pháp quy nạp.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với n = 1, công thức đúng. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** f''(x) = 24x – 8sin2x. Giả sử (1) đúng cho trường hợp $n = k$ ($k \geq 1$), tức là $f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^k . k!}{x^{k+1}}$ ta phải chứng minh (1) cũng đúng cho trường hợp $n = k + 1$, tức là $f^{(k+1)}(x) = \frac{(-1)^{k+1}.(k+1)!}{x^{k+2}}$ Thật vậy, ta có $f^{(k+1)}(x) = [f^{(k)}(x)]'$ $= \frac{(-1)^k k!(k+1)x^k}{x^{2(k+1)}} = \frac{(-1)^{k+1}(k+1)}{x^{k+2}}$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $f^{(4)}(x)$ **Câu hỏi 2** Với n = 1 công thức có đúng hay không ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f'(x) = -\sin x$; $f''(x) = -\cos x$; $f'''(x) = \sin x$; $f^{(4)}(x) = \cos x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với n = 1, công thức đúng.

Câu hỏi 3	Gợi ý trả lời câu hỏi 3
Hãy chứng minh công thức bằng phương pháp quy nạp.	Giả sử (2) đúng cho trường hợp $n = k$ $(k \geq 1)$, tức là $f^{(4k)}(x) = \cos x$, ta phải chứng minh (2) cũng đúng cho trường hợp $n = k + 1$, tức là phải chứng minh $f^{(4(k+1))}(x) = \cos x$ (hay $f^{(4k+4)}(x) = \cos x$). Thật vậy, vì $f^{(4k)}(x) = \cos x$ nên $f^{(4k+1)}(x) = -\sin x$; $f^{(4k+2)}(x) = -\cos x$; $f^{(4k+3)}(x) = \sin x$; $f^{(4k+4)}(x) = \cos x$

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $f^{(4)}(x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Tính $f'(x), f''(x), f'''(x), f^{(4)}(x)$.
Câu hỏi 2 Với n = 1 công thức có đúng hay không ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với n = 1, công thức đúng.
Câu hỏi 3 Hãy chứng minh công thức bằng phương pháp quy nạp.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** HS chứng minh tương tự.

Bài 44. Sử dụng trực tiếp công thức tính đạo hàm cấp cao.

Ta có $\gamma(t) = v'(t) = 8 + 6t$.

a) Khi $t = 4s$ thì $\gamma(4) = 32 m/s^2$.

b) Khi $v(t) = 11$m/s thì ta được

$$8t + 3t^2 = 11 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -\dfrac{11}{3} \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

Với $t = 1$s thì $\gamma(1) = 14\text{m/s}^2$

Luyện tập
(tiết 14)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

Vi phân và ý nghĩa của vi phân trong việc tính gần đúng.

Định nghĩa đạo hàm cấp hai và đạo hàm cấp cao.

- Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai.

2. Kĩ năng

Tính thành thạo vi phân của hàm số.

Tính được giá trị gần đúng của một số các số vô tỉ. Hiểu được ý nghĩa của công thức tính số gần đúng.

- Tính thành thạo đạo hàm cấp cao và đạo hàm
- Tìm được gia tốc tức thời của chuyển động.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một dụng đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức bài đã học

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Tìm vi phân của các hàm số sau đây :

a) $f(x) = \sqrt{\cos x} + 3$.

b) $f(x) = \dfrac{\sin x + \cos x}{2x}$.

Câu hỏi 2

Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau đây

a) $f(x) = \sin x + \cos x$. b) $\dfrac{1}{x}$.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 45. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp vi phân của hàm số.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Câu hỏi 2 Tính vi phân của hàm số.	$\frac{6\left(2\cos^4 3x+1-2\cos^2 3x\right)}{\sin^3 3x\cdot\cos^3 3x}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $dy=\frac{6\left(2\cos^4 3x+1-2\cos^2 3x\right)}{\sin^3 3x\cdot\cos^3 3x}dx$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số. **Câu hỏi 2** Tính vi phân của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $-\frac{\sin 4x}{\sqrt{\cos^2 2x+1}}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $dy=-\frac{\sin 4x}{\sqrt{\cos^2 2x+1}}dx$.

Bài 46. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp vi phân của hàm số công thức tính gần đúng nhờ vi phân.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định $f(x)$; x_0 ; Δx **Câu hỏi 2** Tính $\frac{1}{\sqrt{20,3}}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Vì $\frac{1}{\sqrt{20,3}}=\frac{1}{\sqrt{20,25+0,05}}$ nên ta xét hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ tại $x_0=20,25$ với $\Delta x=0,05$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f(x_0)=\frac{1}{\sqrt{20,25}}=\frac{1}{4,5}$;

	$f'(x_0) = -\frac{1}{2 \cdot 20,25 \cdot \sqrt{20,25}}$ $= -\frac{1}{182,25}$. Do đó $\frac{1}{\sqrt{20,3}} = f(20,3)$ $= f(x_0 + 0,05) \approx f(x_0) + f'(x_0).0,05$ $= \frac{1}{4,5} - \frac{0,05}{182,25} \approx 0,222$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định $f(x)$; x_0 ; Δx **Câu hỏi 2** Tính tan29°30'.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Vì $\tan 29°30' = \tan\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{360}\right)$ nên ta xét hàm số $f(x) = \tan x$ tại $x_0 = \frac{\pi}{6}$ với $\Delta x = -\frac{\pi}{360}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f(x_0) = \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $f'(x_0)$ $= 1 + \tan^2\frac{\pi}{6} = \frac{4}{3}$. Do đó $\tan\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{360}\right) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$ $= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3}\left(-\frac{\pi}{360}\right) \approx 0,566.$

Bài 47. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức tính đạo hàm cấp 1 và cấp hai và phương pháp quy nạp.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm cấp 1, cấp hai và cấp ba của hàm số. **Câu hỏi 2** Tính dạo hàm cấp 4.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f'(x) = 1 + \tan^2 x$; $f''(x) = 2\tan x\,(1 + \tan^2 x)$; $f^{(3)}(x) = 2(1+\tan^2 x)^2 + 4\tan^2 x\,(1+ \tan^2 x)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự tính.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm cấp 1của hàm số. **Câu hỏi 2** Chứng minh bằng quy nạp công thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f'(x) = 2\sin x\cos x = \sin 2x$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự chứng minh.

Bài 48. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức tính đạo hàm cấp 1 và cấp hai và phương pháp quy nạp.

a) $y = A\sin(\omega t + \varphi) + B\cos(\omega t + \varphi)$ nên

$y' = A\omega\cos(\omega t + \varphi) - B\omega\sin(\omega t + \varphi)$,

$y'' = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi) - B\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$.

Suy ra $y'' + \omega^2 y = -[A\omega^2\sin(\omega t + \varphi) + B\omega^2\cos(\omega t + \varphi)] ++ \omega^2[A\sin(\omega t + \varphi) + B\cos(\omega t + \varphi)] = 0$

b) Chứng minh tương tự.

Câu hỏi và bài tập ôn tập chương V
(tiết 15, 16)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Đạo hàm của hàm số tại một điểm, ý nghĩa hình học của đạo hàm.
- Các quy tắc tính đạo hàm : Đạo hàm của hàm số luỹ thừa, đạo hàm của hàm số căn thức, đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm số, hàm hợp và đạo hàm của hàm hợp.
- Đạo hàm của hàm số lượng giác : đạo hàm của hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ và $y = \cot x$ và đạo hàm các hàm hợp của chúng.
- Vi phân của hàm số.
- Đạo hàm cấp hai và đạo hàm cấp cao của hàm số.

2. Kĩ năng

- Tính được đạo hàm của hàm số tại một điểm.

Viết thành thạo phương trình tiếp tuyến với đường cong tại một điểm thuộc đồ thị hàm số.

Tính thành thạo đạo hàm của một số hàm cơ bản.

Tính được vi phân và đạo hàm cấp cao của hàm số.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị một bài kiểm tra.

Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

• Cần ôn lại một số kiến thức đã học chương V

Làm bài kiểm tra 1 tiết.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Ôn tập

Tiết 2 : Kiểm tra

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

HOẠT ĐỘNG 1

ÔN TẬP

GV đưa ra các câu hỏi sau đây.

Câu hỏi 1

Nêu định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm.

Câu hỏi 2

Định nghĩa tiếp tuyến của đường cong và viết công thức phương trình tiếp tuyến của đường cong tại một điểm.

Câu hỏi 3

Hãy điền vào chỗ trống sau :

$$(u + v - w)' = \ldots$$

$$(ku)' = \ldots.$$

$$(uv)' = \ldots$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \ldots$$

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = \ldots$$

$$y'_x = \ldots$$

Câu hỏi 4

Hãy điền vào chỗ trống trong bảng sau :

$(x^n)' = \ldots$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = \ldots$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(u^n)' = \ldots$ $\left(\frac{1}{u}\right)' = \ldots$ $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \ldots$ $(\cos x)' = \ldots$ $(\tan x)' = \ldots$ $(\cot x)' = \ldots$	$(\sin u)' = \ldots$ $(\cos u)' = \ldots$ $(\tan u)' = \ldots$ $(\cot u)' = \ldots$

Câu hỏi 5

Hãy nêu định nghĩa vi phân của hàm số. Nêu ứng dụng của nó.

Câu hỏi 6

Nêu các khái niệm đạo hàm cấp hai và đạo hàm cấp ba của hàm số.

HOẠT ĐỘNG 2

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 49. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp các công thức tính đạo hàm của các hàm số.

HS tự giải.

Đáp số.

a) $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}$;

b) $\frac{x^2 - 2x + a^2 - 3}{(x-1)^2}$;

c) $x^2 \sin x$;

d) $2\left(\frac{\sin x}{\cos^3 x} + \frac{x}{\cos^2 x^2}\right)$.

Bài 50. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp các công thức tính đạo hàm của các hàm số.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy biến đổi $\frac{1}{x^n}$ về công thức quen thuộc để tính đạo hàm cấp 1. **Câu hỏi 2** Tính đạo hàm của hàm số và chứng minh công thức.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự chứng minh.

b) HS tự nhận xét.

Công thức $(x^n)' = nx^{n-1}$ đúng với mọi giá trị nguyên của n.

Bài 51. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp các công thức tính đạo hàm của các hàm số.

HS tự tính .

Đáp số.

a) $-\cos x$; b) $128\cos 4x - 648\cos 6x$;

c) $y' = -5(4-x)^4$; $y'' = 20(4-x)^3$; $y''' = -60(4-x)^2$;

$y^{(4)} = 120(4-x)$; $y^{(5)} = -120$; $y^{(n)} = 0\ (\forall n \geq 6)$.

d) $\frac{(-1)^n \cdot n!}{(2+x)^{n+1}}$; e) $\frac{(-1)^n \cdot n!2^n}{(2x+1)^{n+1}}$; f) $(-1)^n\ 2^{2n-1} \cdot \cos 2x$.

Bài 52. *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp công thức tính gần đúng vi phân của một số.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS

Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**
Tính vi phân của hàm số.	$\mathrm{d}f(x) = \dfrac{-2(1+\tan x)\dfrac{1}{\cos^2 x}}{(1+\tan x)^4}\Delta x$ $= \dfrac{-2\Delta x}{\cos^2 x(1+\tan x)^3}$
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Tính $\mathrm{d}f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.	$\mathrm{d}f\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{-2\cdot\dfrac{\pi}{360}}{\cos^2\dfrac{\pi}{6}\left(1+\mathrm{tg}\dfrac{\pi}{6}\right)^3}$ $= \dfrac{-\pi}{180\ \dfrac{3}{4}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^3} \approx -0{,}0059.$

Bài 53. *Hướng dẫn.* Công cụ đạo hàm, ý nghĩa hình học của đạo hàm để viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

Câu a, b) HS tự làm.

c)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**
Tính đạo hàm của hàm .	$y' = 4x^3 + 4x.$
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Tìm hệ số góc của tiếp tuyến.	Vì tiếp tuyến phải tìm vuông góc với đường thẳng $y = -\dfrac{1}{8}x + 3$, nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng 8.

Câu hỏi 3 Viết phương trình tiếp tuyến.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $y = 2(4x - 3)$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Viết phương trình đường thẳng đi qua A.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y = kx - 6$.
Câu hỏi 2 Tìm hệ số góc của tiếp tuyến.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Giả hệ $\begin{cases} f(x) = kx - 6 \\ f'(x) = k \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^4 + 2x^2 - 1 = kx - 6 \\ 4x^3 + 4x = k \end{cases}$ Ta được $x = \pm 1 \Leftrightarrow k = \pm 8$.
Câu hỏi 3 Viết phương trình tiếp tuyến.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $y = 2(4x - 3)$ và $y = -2(4x + 3)$.

Bài 54. *Hướng dẫn.* Công cụ đạo hàm, ý nghĩa hình học của đạo hàm để viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = -\dfrac{1}{(x-1)^2}$.
Câu hỏi 2 Gọi M $(x_0 ; y_0)$ là tiếp điểm, hãy viết phương trình tiếp tuyến.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y = -\dfrac{1}{(x_0-1)^2}(x - x_0) + \dfrac{1}{x_0 - 1}$

Câu hỏi 3 Tìm các giao điểm của tiếp tuyến với hai trục. **Câu hỏi 4** Tìm M.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Tiếp tuyến này cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ x_A thoả mãn $\frac{x_A - x_0}{(x_0-1)^2} = \frac{1}{x_0-1} \Leftrightarrow x_A = 2x_0 - 1$ và cắt trục tung tại điểm B có tung độ y_B là $y_B = \frac{x_0}{(x_0-1)^2} + \frac{1}{x_0-1} = \frac{2x_0-1}{(x_0-1)^2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** M có toạ độ là $\left(\frac{3}{4}; -4\right)$.

Bài 55. *Hướng dẫn.* Dựa vào tính chất đối xứng và phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định dạng của phương trình đồ thị hàm số. **Câu hỏi 2** Xác định phương trình của đồ thị hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $P(x) = a(x-1)^2 + m$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $P(3) = 0$ nên $4a + m = 0$. Vì $P'(3) = \text{tg}\frac{\pi}{4} = 1$ nên $2a(3-1) = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$. Thế vào (4), ta được $m = -1$.

	Vậy $P(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2 - 1$.

Bài 56. *Hướng dẫn.* Dựa vào phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định hệ số góc của cát tuyến **Câu hỏi 2** Xác định phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\tan\varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{-2-1} = -1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y = (-1)\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4}$ hay $y = -x - \frac{1}{4}$

Bài 57. *Hướng dẫn.* Dựa vào ý nghĩa vật lí của đạo hàm, đạo hàm cấp hai.

a) -9m/s ; b) 12m/s^2 ;

c) 12m/s^2 ; d) -12m/s.

HOẠT ĐỘNG 3

ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Bài 58. a) Đúng; b) Sai; c) Sai.

Bài 59. Chọn A.

Bài 60. Chọn C.

Bài 61. Chọn B.

Bài 62. Chọn D.

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA THAM KHẢO

Đề 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Đạo hàm của hàm số y = sinx là y' = cosx. ☐

(b) Đạo hàm của hàm số y = sinx là y' = –cosx. ☐

(c) Đạo hàm của hàm số y = 2sinx là y' = 2cosx. ☐

(d) Đạo hàm của hàm số y = sin2x là y' = cos2x. ☐

Câu 2. Cho hàm số y = |x|

Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Hàm số có đạo hàm với mọi x. ☐

(b) Hàm số có đạo hàm với mọi $x \neq 0$ ☐

(c) Hàm số liên tục với mọi x. ☐

(d) Hàm số liên tục với mọi $x \neq 0$. ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho hàm số y = sin x + cosx. Khi đó $f'(\pi)$ bằng

(a) 1; (b) –1;

(c) 0 ; (d) 2.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho hàm số y = sinx khi đó f''(x) là

(a) sinx; (b) cosx;

(c) –sinx; (d) –cos x.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Cho hàm số : $f(x) = x^3 + 2x - 3$.

a) Hãy xác định giao điểm của đồ thị với trục hoành.

b) Viết phương trình tiếp tuyến tại các điểm đó.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. Hãy giải phương trình $y' = 0$.

Đề 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ là $y' = -\sin x$. ☐

(b) Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ là $y' = \sin x$. ☐

(c) Đạo hàm của hàm số $y = 2\cos x$ là $y' = 2\sin x$. ☐

(d) Đạo hàm của hàm số $y = \cos 2x$ là $y' = \sin 2x$. ☐

Câu 2. Cho hàm số $y = x\tan x$.

Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Hàm số có đạo hàm với mọi x. ☐

(b) Hàm số có đạo hàm với mọi thuộc miền xác định của hàm số ☐

(c) Đạo hàm của hàm số là $\tan x + x(1 + \tan^2 x)$. ☐

(d) Đạo hàm cấp hai của hàm số là $2 + 2\tan^2 x + 2x\tan x(1 + \tan^2 x)$ ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho hàm số $y = \sin x + \cos x + \tan x$. Khi đó $f'(\pi)$ bằng

(a) 1; (b) -1;

(c) 0; (d) 2.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho hàm số $y = \sin x + \cos x + \tan x$. khi đó $f''(x)$ là

(a) $-\sin x - \cos(x) + 2\tan x (1 - \tan^2 x)$; (b) $-\sin x + \cos(x) + 2\tan x (1 + \tan^2 x)$;

(c) $-\sin x - \cos(x) + 2\tan x\,(1+\tan^2 x)$; (d) $-\sin x - \cos(x) - 2\tan x\,(1+\tan^2 x)$.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Cho hàm số : $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x + 2}$.

a) Hãy xác định giao điểm của đồ thị với trục hoành.

b) Viết phương trình tiếp tuyến tại các điểm đó.

Câu 2. Cho hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$.

a) Hãy xác định giao điểm của đồ thị với trục hoành.

b) Viết phương trình tiếp tuyến tại các điểm đó.

HƯỚNG DẪN

Đề 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	Đ	S

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	S

Câu 3. (b), *Câu 4.* (c).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

HS tự giải

Đề 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	Đ	S

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	S

Câu 3. (c), *Câu 4.* (c).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

HS tự giải.

Câu hỏi và bài tập ôn tập cuối năm

1. Ôn tập kiến thức cơ bản

a) Trả lời các câu hỏi ôn tập chương:

GV cho HS trả lời ra giấy, sau đó cho HS đối chiếu với sách GV xem mình trả lời đúng hay sai và chiếm tỉ lệ bao nhiêu giữa đúng và sai.

b) Câu hỏi trắc nghiệm nhằm ôn tập kiến thức:

GV nên đưa ra một hệ thống câu hỏi trắc nghiệm nhằm ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương.

Sau đây xin giới thiệu một số câu hỏi:

I. HÃY KHOANH TRÒN CÂU ĐÚNG, SAI TRONG CÁC CÂU SAU MÀ EM CHO LÀ HỢP LÍ.

Câu 1. Khái niệm góc lượng giác và cung lượng giác là như nhau.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 2. Có hai đơn vị đo góc là độ và radian.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 3. Có bốn hàm số lượng giác cơ bản.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 4. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàm với chu kì 2π.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 5. Hàm số $y = \sin x$ xác định trong khoảng $(-1 ; 1)$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 6. Hàm số $y = \sin x$ xác định trong đoạn $[1 ; -1]$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 7. Hàm số $y = \cos x$ xác định trong khoảng $(-1 ; 1)$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 8. Hàm số $y = \cos x$ xác định trong đoạn $[1 ; -1]$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 9. Hàm số y = tanx tuần hoàn với chu kì π.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 10. Hàm số y = tanx tuần hoàn với chu kì 2π.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 11. Hàm số y = tanx xác định trong đoạn $[-1 ; 1]$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 12. Hàm số y = tanx xác định trong khoảng $(-\infty ; +\infty)$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 13. Hàm số y = cotx xác định trong đoạn $[-1 ; 1]$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 14. Hàm số y = cotx xác định trong khoảng $(-\infty ; +\infty)$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 15. Phương trình $\sin x = \sin\alpha$ chỉ có nghiệm $x = \alpha + k2\pi$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 16. Phương trình $\sin x = \sin\alpha$ có nghiệm $x = \alpha + k2\pi$ và $\pi - \alpha + k2\pi$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 17. Phương trình $\cos x = \cos\alpha$ chỉ có nghiệm $x = \alpha + k2\pi$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 18. Phương trình $\cos x = \cos\alpha$ có nghiệm $x = \alpha + k2\pi$ và $\pi - \alpha + k2\pi$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 19. Phương trình $\tan x = \tan\alpha$ chỉ có nghiệm $x = \alpha + k\pi$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 20. Phương trình $\tan x = \tan\alpha$ chỉ có nghiệm $x = \alpha + k2\pi$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 21. Phương trình $\cot x = \cot\alpha$ chỉ có nghiệm $x = \alpha + k\pi$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 22. Phương trình tanx = tanα chỉ có nghiệm x = α + k2π.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 23. Phương trình sinx = m, cos x = m có nghiệm khi m ≥ −1

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 24. Phương trình sinx = m, cos x = m có nghiệm khi $-1 \leq m \leq 1$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 25. Phương trình tanx = m luôn luôn có nghiệm với mọi m.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 26. Phương trình tanx = m luôn luôn có nghiệm với mọi m.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 27. Phương trình cotx = m luôn luôn có nghiệm với mọi m.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 28. Từ nhà Bình đến trường có m con đường bộ, n con đường thuỷ. Từ nhà đến trường có m + n con đường

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 29. Từ nhà Bình đến trường có m con đường, từ trường đến nhà bạn An có n con đường. Từ nhà Bình đến nhà An có m.n con đường.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 30. Số hoán vị của tập hợp gồm n phần tử là n!.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 31. Số các chỉnh hợp chập k của n là $A_n^k = n(n-1) \ldots (n-k+1)$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 32. Số các chỉnh hợp chập k của n là $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}, \quad 1 \leq k \leq n$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 33. Số các tổ hợp chập k của n là $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 34. $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 35. $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + ... + C_n^k a^{n-k} b^k + ... + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 36. $A \subset \Omega \Leftrightarrow$ A là biến cố.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 37. $C = A \cup B$ là biến cố hợp của A và B.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 6. $C = A \cap B$ là biến cố hợp của A và B.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 38. Hai biến cố xung khắc thì có giao khác rỗng.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 39. Hai biến cố đối nhau là hai biến cố xung khắc.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 40. $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 41. Cho P(A) = 1, $P(\overline{A}) = 0$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 42. Cho $P(A.B) = P(A).P(B)$. hai biến cố A và B độc lập

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 43. Phương pháp quy nạp toán học chỉ đúng cho bài toán có liên quan đến số tự nhiên.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 44. Trong phương pháp quy nạp, bước 1 luôn luôn thử với n = 1.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 45. Dãy số là một hàm số.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 46. Dãy số luôn luôn có số hạng hữu hạn.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 47. Có ba phương pháp cho dãy số : Số hạng tổng quát, mô tả, truy hồi.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 48. Dãy số (u_n) mà $u_1 > u_2$ là dãy số tăng.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 49. Dãy số (u_n) mà $u_1 > u_2$ là dãy số giảm.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 50. Dãy số bị chặn là dãy số bị chặn trên.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 51. Dãy số bị chặn là dãy số bị chặn dưới.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 52. Dãy số bị chặn là dãy số vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 53. Dãy số mà $u_n - u_{n-1} = d$ là cấp số cộng.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 54. Dãy số mà $u_n - u_{n+1} = d$ là cấp số cộng.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 55. Mọi cấp số cộng công sai d thì $u_n = u_1 + (n-1)d$ với $n \geq 2$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 56. Mọi cấp số cộng công sai d thì $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 57. Mọi cấp số nhân công bội q thì $u_{n+1} = u_n . q$ với $n \in \mathbb{N}^*$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 58. Khi $q = 0$, cấp số nhân có dạng u_1, 0, 0, ..., 0, ...

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 59. Khi $q = 1$, cấp số nhân có dạng u_1, u_1, u_1, ..., u_1, ...

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 60. Khi $u_1 = 0$ thì với mọi q, cấp số nhân có dạng 0, 0, 0, ..., 0, ...

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 61. Mọi cấp số nhân thì $u_n = u_1 . q^{n-1}$ với $n \geq 2$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 62. Mọi cấp số nhân thì $u_k^2 = u_{k-1} . u_{k+1}$ với $k \geq 2$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 63. Mọi cấp số nhân thì $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$. Khi đó

$$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 64. Dãy số (u_n) có giới hạn a khi dãy số $(u_n - a)$ có giới hạn 0.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 65. $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{n} = 0$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 66. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n^k}=0$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 67. $\lim\limits_{n\to+\infty}q^n=0$ nếu $|q|<1$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 68. $\lim\limits_{n\to+\infty}c=c$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 69. Nếu $\lim u_n=a$ và $\lim v_n=b$ thì $\lim\left(u_n+v_n\right)=a+b$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 70. Nếu $\lim u_n=a$ và $\lim v_n=b$ thì $\lim\left(u_n-v_n\right)=a-b$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 71. Nếu $\lim u_n=a$ và $\lim v_n=b$ thì $\lim(u_n.v_n)=a.b$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 72. Nếu $\lim u_n=a$ và $\lim v_n=b$ thì $\lim(u_n.v_n)=a.b$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 73. Nếu $\lim u_n=a$ và $\lim v_n=b$ thì $\lim\dfrac{u_n}{v_n}=\dfrac{a}{b}$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 74. Nếu $u_n\geq 0$ với mọi n và $\lim u_n=a$ thì $a\geq 0$ và $\lim\sqrt{u_n}=\sqrt{a}$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 75. Cấp số nhân lùi vô hạn có công bội $q>1$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 76. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $S=u_1+u_2+u_3+...+u_n+...$

$S = \dfrac{u_1}{1-q}$ $(|q| < 1)$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 77. Cấp số nhân lùi vô hạn có công bội q > 1.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 78. Hàm số y = f(x) có giới hạn tại x_0 thì có giới hạn phải và giới hạn trái tại x_0.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 79. $\lim\limits_{x \to x_0} x = x_0$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 80. $\lim\limits_{x \to x_0} c = c$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 81. Giả sử $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ và $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = M$. Khi đó

$$\lim_{x \to x_0} \left[f(x) + g(x)\right] = L + M$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 82. Giả sử $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ và $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = M$. Khi đó

$$\lim_{x \to x_0} \left[f(x) + g(x)\right] = L + M$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 83. Giả sử $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ và $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = M$. Khi đó :

$$\lim_{x \to x_0} \left[f(x) - g(x)\right] = L - M$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 84. Giả sử $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = M$. Khi đó :

$$\lim_{x\to x_0}\left[f(x).g(x)\right] = L.M$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 85. Giả sử $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = M$. Khi đó

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 86. Nếu $f(x) \geq 0$ và $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L$, thì

$$L \geq 0 \text{ và } \lim_{x\to x_0}\sqrt{f(x)} = \sqrt{L}.$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 87. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = L.$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 88. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} c = c$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{c}{x^k} = 0$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 89. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}(-f(x)) = -\infty.$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 90. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^k = +\infty$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 91. $\lim\limits_{x\to-\infty} x^k = -\infty$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 92. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a\,;\,b]$ và $f(a)f(b) < 0$, thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong khoảng $(a\,;\,b)$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 93. Nếu hàm số $f(1)f(2) < 0$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 94. Phương trình $x^3 + 2x - 5 = 0$ có nghiệm

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 95. Hàm số có đạo hàm tại x_0 thì liên tục tại x_0

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 96. Hàm số liên tục tại x_0 thì có đạo hàm tại x_0

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 97. Quy tắc tính đạo hàm gồm 3 bước

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 98. Trong các bước tính đạo hàm có thể t thay bước 1và bước 2 cho nhau không ?

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 99. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M_0(x_0\,;f(x_0))$ là

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0),$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 100. Hàm số y = 6 có y' = 0

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 101. Hàm số y = c có y' = 0.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 102. Hàm số $y = x$ có đạo hàm $y' = 1$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 103. Hàm số $y = kx$ có đạo hàm $y' = k$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 104. Hàm số $y = x^2$ có đạo hàm $y' = 2x$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 105. Hàm số $y = x^n$ có đạo hàm $y' = n.x^{n-1}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 106. Hàm số $y = x^k$ có đạo hàm $y' = k.x^{k-1}$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 107. Hàm số $y = \sqrt{x}$ có đạo hàm tại mọi x dương và $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 108. $(u + v)' = u' + v'$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 109. $(u - v)' = u' - v'$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 110. $(uv)' = u'v'$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 111. $(uv)' = u'v + uv'$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 112. $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'}{v'}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 113. $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 114. $(u_1 \pm u_2 \pm ... \pm u_n)' = u'_1 \pm u'_2 \pm ... \pm u'_n$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 115. $y'_x = y'_u . u'_x$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 116. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 117. $(\sin x)' = \cos x$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 118. $(\sin u)' = u' . \cos u..$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 119. $(\cos x)' = -\sin x.$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 120. $(\cos u)' = -u' . \sin u.$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 121. $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}.$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 122. $(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 123. $(\cot x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}.$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 124. $(\cot u)' = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$

(a) Đúng (b) Sai.

2. Bài tập ôn tập cuối năm

Bài 1. *Hướng dẫn.* Dựa vào công thức hạ bậc.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $2\sin^2\dfrac{\pi}{8} = 1 - \cos\dfrac{\pi}{4}$ **Câu hỏi 2** Tính $\sin\dfrac{\pi}{8}$ và $\cos\dfrac{\pi}{8}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sin\dfrac{\pi}{8} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$; $\cos\dfrac{\pi}{8} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $\sin x + (\sqrt{2}-1)\cos x$ $= \sqrt{4-2\sqrt{2}}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{8}\right)$ **Câu hỏi 2** Chứng minh : $\sin x + (\sqrt{2}-1)\cos x$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh dự vào công thức ở lớp 11. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự chứng minh dựa vào công thức cộng.

$=\sqrt{4-2\sqrt{2}}\cos\left(x-\frac{3\pi}{8}\right)$.	

Bài 2. *Hướng dẫn.* Dựa vào công thức tanx = cot($\frac{\pi}{2}-x$).

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Giải phương trình : tanx = cot2x. **Câu hỏi 2** Biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** tan x = cot 2x $\Leftrightarrow$ cos 3x = 0 với điều kiện cos x sin 2x $\neq$ 0. Ta có các nghiệm $\frac{\pi}{6}+k\pi$ và $-\frac{\pi}{6}+k\pi$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự biểu diễn.

Bài 3. *Hướng dẫn.* Dựa vào công thức biến đổi để giải.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $P(x)=2\sqrt{2}\cos^3\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$. **Câu hỏi 2** Tìm minP(x).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** min $P(x)=-2\sqrt{2}$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh :	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh.

$Q(x) = \dfrac{4}{\sin^2 2x}$. **Câu hỏi 2** Tìm minQ(x).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\min Q(x) = 4$.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $R(x) = P(x) + Q(x) \geq 4 - 2\sqrt{2}$ **Câu hỏi 2** Tìm $\min R(x) = P(x) + Q(x)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\min R(x) = 4 - 2\sqrt{2}$.

Bài 4. *Hướng dẫn.* Dựa vào công thức biến đổi lượng giác và công thức nghiệm về phương trình lượng giác.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $\sin^4 x + \cos^4 x = \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{4}\cos 4x$. **Câu hỏi 2** Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{4}$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh :	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh.

$\sin^2 2x - \sin^2 x = -\cos^2 2x + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{2}$ **Câu hỏi 2** Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $\cos 3x = \cos(x + 2x)$. **Câu hỏi 2** Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x = k\frac{\pi}{2}$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $\tan 2x - \sin 2x + \cos 2x - 1$ $= (\text{ân}\, 2x - 1)(1 - \cos 2x)$. **Câu hỏi 2** Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$, $x = k\pi$.

Bài 5. *Hướng dẫn.* Dựa vào công thức biến đổi lượng giác và công thức nghiệm về phương trình lượng giác.

a) a) $x = \pm a - 40^\circ + k360^\circ$ với $\cos a = -\frac{3}{4}$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $\sqrt{3}\cos 5x + \sin 5x$ $= 2\cos\left(\frac{\pi}{6} - 5x\right)$. **Câu hỏi 2** Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$, $x = \frac{\pi}{48} + k\frac{\pi}{4}$.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 cos x = 0 có phải là nghiệm hay không? **Câu hỏi 2** Chia cả hai vế cho $\cos^2 x$ ta được phương trình nào? **Câu hỏi 3** Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Không. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\tan^2 x - 3\tan x + 2 = 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $x = \text{arctg}\, 2 + k\pi$.

Bài 6. *Hướng dẫn.* Dựa vào công thức biến đổi lượng giác và công thức nghiệm về phương trình lượng giác.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Đặt $y = \frac{1}{\cos x}$. hãy biến đổi phương trình theo y.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Phương trình đã cho tương đương với: $2y^2 - 3y + 1 = 0$.

Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2
Giải phương trình đã cho.	$x = k2\pi$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh : $\tan^2 x = \dfrac{1-\cos^2 x}{1-\sin^2 x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh.
Câu hỏi 2 Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x = \pi + k2\pi$, $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$.

Bài 7. *Hướng dẫn.* Dựa vào các quy tắc đếm, tổ hợp, chỉnh hợp và hoán vị của một tập hợp.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Mỗi cách xếp 3 người vào 3 toa, mỗi toa một người là một hoán vị, tổ hợp hay chỉnh hợp của tập hợp 3 hành khách ? **Câu hỏi 2** Có bao nhiêu trường hợp.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Mỗi cách xếp 3 người vào 3 toa, mỗi toa một người là một hoán vị của tập hợp 3 hành khách. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** 3! = 6 trường hợp.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Có bao nhiêu cách chọn hai hành khách đi chung toa ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Có $C_3^2 = 3$ cách chọn

Câu hỏi 2 Với mỗi cách ấy lại có bao nhiêu cách chọn toa tàu cho họ ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với mỗi cách ấy lại có 3 cách chọn toa tàu cho họ.
Câu hỏi 3 Có bao nhiêu cách chọn hai hành khách và toa tàu cho họ đi chung.?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Có $3 . 3 = 9$ cách chọn hai hành khách và toa tàu cho họ đi chung.
Câu hỏi 4 Có bao nhiêu cách chọn?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Mỗi cách ấy, hành khách thứ ba có thể chọn một trong hai toa tàu còn lại. Áp dụng quy tắc nhân, ta có $9 . 2 = 18$ trường hợp có thể xảy ra.

Bài 8. *Hướng dẫn.* Dựa vào các quy tắc đếm, tổ hợp, chỉnh hợp và hoán vị của một tập hợp.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Với hai phần tử x và y của A sao cho $x > y$, ta lập được bao nhiêu cặp (x, y) thoả mãn đề bài?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với hai phần tử x và y của A sao cho $x > y$, ta chỉ lập được một cặp duy nhất (x, y) thoả mãn đề bài.
Câu hỏi 2 Có bao nhiêu cách chọn?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Do đó mỗi cặp như vậy có thể xem là một tổ hợp chập 2 của n phần tử.

Bài 9. *Hướng dẫn.* Dựa vào các quy tắc đếm, tổ hợp, chỉnh hợp và hoán vị của một tập hợp. Các quy tắc tính xác suất.

a) GV nên gọi mỗi HS thực hiện một ý.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Hãy tính số trường hợp có thể. **Câu hỏi 2** Số trường hợp rút được cả hai viên bi đen làbao nhiêu ? **Câu hỏi 3** Tính xác suất để lấy được 2 viên bi đen.	Số trường hợp có thể là C_{16}^2. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số trường hợp rút được cả hai viên bi đen là C_6^2. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Do đó xác suất để rút được 2 viên bi đen là $\frac{C_6^2}{C_{16}^2} = \frac{1}{8}$.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính số trường hợp có thể. **Câu hỏi 2** Số trường hợp rút được 1 viên bi trắng, 1 viên bi đen là bao nhiêu? **Câu hỏi 3** Tính xác suất để lấy được 1 viên bi trắng, 1 viên bi đen	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số trường hợp có thể là C_{16}^2. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số trường hợp rút được cả hai viên bi Số trường hợp rút được 1 viên bi trắng, 1 viên bi đen là $C_7^1.C_6^1 = 42$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** xác suất rút được 1 viên bi trắng, 1 viên bi đen là $\frac{42}{C_{16}^2} = \frac{7}{20}$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính số trường hợp có thể.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số trường hợp có thể là C_{16}^3.

Câu hỏi 2 Số trường hợp rút được 3 viên bi đỏ là bao nhiêu ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số trường hợp rút được 3 viên bi đỏ là $C_3^3 = 1$.
Câu hỏi 3 Tính xác suất rút được 3 viên bi đỏ.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Vậy xác suất rút được 3 viên bi đỏ là $\frac{1}{C_{16}^3} = \frac{1}{560}$
Câu hỏi 4 Tính xác suất rút được 3 viên bi có 3 màu khác nhau.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Xác suất rút được 3 viên bi có 3 màu khác nhau là $\frac{126}{C_{16}^3} = \frac{9}{40}$

Bài 10. *Hướng dẫn.* Dựa vào quy tắc tìm xác suất của biến ngẫu nhiên.

a) $E(X) = 5{,}96$.

b) Điểm trung bình khi bắn 48 lần là $48 . 5{,}96 = 286{,}08$.

Bài 11. *Hướng dẫn.* Sử dụng phương pháp quy nạp.

HS tự giải.

Bài 12. *Hướng dẫn.* Sử dụng phương pháp quy nạp.

HS tự giải.

Bài 13.

Để ý rằng (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công sai $d = -2$, ta được a) $u_n = 7 - 2n$;

b) $S_{100} = -9400$.

14. Sử dụng tính chất của cấp số cộngvà câpsoos nhân.

Để ý rằng (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$, ta được

a) $u_n = 2.3^{n-1}$; b) $S_{10} = 3^{10} - 1$.

Bài 15. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số cộngvà cấp số nhân.

$(x\,;\,y) = (3\,;\,1)$, $(x\,;\,y) = \left(-\frac{6}{13}\,;\,-\frac{2}{13}\right)$.

Bài 16. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất giới hạn của dãy số.

a) 1 ; b) 0 ;

c) $+\infty$. *Gợi ý.* Chia cả tử và mẫu cho n.

d) $-\frac{8}{5}$. *Gợi ý.* Chia cả tử và mẫu cho 7^n.

Bài 17. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất giới hạn của dãy số.

a) $+\infty$; b) $-\infty$;

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định biểu thức liên hợp. **Câu hỏi 2** Tính giới hạn đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt{n^4+n^2+1}+n^2$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{1}{2}$.

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định biểu thức liên hợp. **Câu hỏi 2** Tính giới hạn đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt{n^2+2n}+n$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\frac{1}{\sqrt{n^2+2n}-n} = \lim\frac{\sqrt{n^2+2n}+n}{2n}$

	$= \lim \dfrac{\sqrt{1+\dfrac{2}{n}}+1}{2} = 1.$

Bài 18. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của cấp số nhân lùi vô hạn

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm hệ phương trình về mối quan hệ giữa các yếu tố.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\begin{cases} qu_1 = \dfrac{12}{5} \\ \dfrac{u_1}{1-q} = 15 \end{cases}$
Câu hỏi 2 Xác định q, u_1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $u_1 = 12 ; q = \dfrac{1}{5}$ hoặc $u_1 = 3 ; q = \dfrac{4}{5}$.

Bài 19. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của giới hạn hàm số.

a) 2 ; b) $\dfrac{1}{10}$; c) 1 ; d) 0 ;

e)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\dfrac{1}{x}\sqrt{2x^4+4x^2+3}$ $= -\sqrt{2x^2+4+\dfrac{3}{x^2}}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh.
Câu hỏi 2 Tínhd giới hạn đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{2x^4+4x^2+3}}{2x+1}$

	$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-\dfrac{1}{x}\sqrt{2x^4+4x^2+3}}{2+\dfrac{1}{x}}$ $= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-\sqrt{2x^2+4+\dfrac{3}{x^2}}}{2+\dfrac{1}{x}} = -\infty.$

f)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $(2x+1)\sqrt{\dfrac{x+1}{2x^3+x}}$ $= \sqrt{\dfrac{(2x+1)^2(x+1)}{2x^3+x}}$ **Câu hỏi 2** Tính giới hạn đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sqrt{2}$.

g) $+\infty$.

h)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\sqrt{5x^2+1}-x\sqrt{5}$ $=\dfrac{1}{\sqrt{5x^2+1}+x\sqrt{5}}$. **Câu hỏi 2** Tính giới hạn đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** 0.

k)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chứng minh $\frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}-x}=\frac{\sqrt{x^2+x+1}+x}{x+1}$. **Câu hỏi 2** Tính giới hạn đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** 2.

Bài 20. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của hàm số liên tục.

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ nên có số $\alpha < 0$ sao cho $f(\alpha) < 0$. Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ nên có số $\beta > 0$ sao cho $f(\beta) > 0$. Hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ liên tục trên $\mathbb{R}$ chứa đoạn $[\alpha\,;\,\beta]$ nên theo Định lí về giá trị trung gian của hàm số liên tục, tồn tại số $d \in [\alpha\,;\,\beta]$ để $f(d) = 0$. Đó chính là nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

Bài 21. *Hướng dẫn.* Sử dụng tính chất của hàm số liên tục.

a) $y' = \left[\frac{a}{a+b}x^2+\frac{b}{a+b}x+\frac{c}{(a+b)x}\right]'$

$= \frac{2a}{a+b}x+\frac{b}{a+b}-\frac{c}{(a+b)x^2}=\frac{2ax^3+bx^2-c}{(a+b)x^2}$.

b) $y' = 4\left(x^3-\frac{1}{x^3}+3\right)^3\left(3x^2+\frac{3}{x^4}\right) = 12\left(x^3-\frac{1}{x^3}+3\right)^3\left(x^2+\frac{1}{x^4}\right)$.

c) $y' = 3x^2\cos^2 x - x^3\sin 2x = x^2(3\cos^2 x - x\sin 2x)$.

d) $y' = \frac{x}{\sqrt{4+x^2}}\cos\sqrt{4+x^2}$

e) $y' = \dfrac{1-\dfrac{1}{x^2}}{2\cos^2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\sqrt{1+\text{tg}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}} = \dfrac{x^2-1}{2x^2\cos^2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\sqrt{1+\text{tg}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}}.$

Bài 22. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức tính đạo hàm và công thức nghiệm.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số. **Câu hỏi 2** Giải câu a).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = 3mx^2 + 2x + 1$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** y' là bình phương của một nhị thức bậc nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} 3m > 0, \\ \Delta' = 1 - 3m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{3}.$

b) $m < 0$.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 y' có dạng như thế nào? **Câu hỏi 2** y' > 0 khi nào ?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** y' là tam thức bậc hai. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y > 0$ với mọi x khi và chỉ khi $\begin{cases} 3m > 0, \\ \Delta' = 1 - 3m < 0. \end{cases}$ hay $m > \dfrac{1}{3}$.

Bài 23. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức tính đạo hàm và công thức nghiệm.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số. **Câu hỏi 2** Giải phương trình y' = 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = \cos 2x + \cos x$ $= 2\cos^2 x + \cos x - 1.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x = \pi + k2\pi \ ; x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi.$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số. **Câu hỏi 2** Giải phương trình y' = 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y' = 3\cos 3x + 6\sin 3x - 3.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x = k\frac{2\pi}{3}; x = \frac{2\alpha}{3} + k\frac{2\pi}{3}$ với $\tan\alpha = 2.$

Bài 24. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức tính đạo hàm và ý nghĩa hình học của nó.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính đạo hàm của hàm số. **Câu hỏi 2** Viết phương trình tiếp tuyến (T) tại điểm $A\left(a\,;\frac{1}{a}\right)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f'(x) = -\frac{1}{x^2}.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $y = -\frac{1}{a^2}(x-a) + \frac{1}{a}$ hay $y = -\frac{1}{a^2}x + \frac{2}{a}.$

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm các giao điểm I và J của (T) với các trục toạ độ. **Câu hỏi 2** Hãy vẽ (T).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $I(2a\,;\,0), J\left(0\,;\,\frac{2}{a}\right)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự vẽ.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính diện tích tam giác OIJ. **Câu hỏi 2** Giải câu c)	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $S=\frac{1}{2}\lvert OI\rvert.\lvert OJ\rvert=\frac{1}{2}\left\lvert 2a.\frac{2}{a}\right\rvert=2$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự giải.

Bài 25. *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức tính đạo hàm và ý nghĩa hình học của nó.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Viết phương trình đường thẳng đi qua P. **Câu hỏi 2** Tìm điều kiện để (d) là tiếp tuyến. **Câu hỏi 3** Hãy kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Phương trình đường thẳng (d) đi qua $P(2\,;\,0)$ với hệ số góc bằng k là $y=k(x-2)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\begin{cases}-x^2+17x-66=k(x-2),\\-2x+17=k.\end{cases}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3**

	Khử k, ta được $x^2 - 4x - 32 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -4, \\ x_2 = 8. \end{array}\right.$ Vậy người quan sát có thể nhìn được các điểm M thuộc parabol đã cho, nếu hoành độ điểm M thuộc đoạn $[-4 ; 8]$.

MỤC LỤC

	Trang
Chương III. DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN	3
§1. Phương pháp quy nạp toán học	5
§2. Dãy số	18
§3. Cấp số cộng	41
§4. Cấp số nhân	56
Câu hỏi và bài tập ôn tập chương III	75
Chương IV GIỚI HẠN	89
A – GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ	
§1. Dãy số có giới hạn 0	91
§2. Dãy số có giới hạn hữu hạn	102
§3. Dãy số có giới hạn vô cực	120
B – GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ. HÀM SỐ LIÊN TỤC	
§4. Định nghĩa và một số định lí về giới hạn của hàm số	138
§5. Giới hạn một bên	154
§6. Một vài quy tắc tìm giới hạn vô cực	172

§7. Các dạng vô định 187

§8. Hàm số liên tục 206

Câu hỏi và bài tập ôn tập chương IV 225

Chương V ĐẠO HÀM 237

§1. Khái niệm đạo hàm 239

§2. Các quy tắc tính đạo hàm 258

§3. Đạo hàm của các hàm số lượng giác 280

§4. Vi phân 300

§5. Đạo hàm cấp cao 309

Câu hỏi và bài tập ôn tập chương V 326

Câu hỏi và bài tập ôn tập cuối năm 338

Thiết kế BG Đại số và GT 11 T2 NC
Nhóm 000111
2020975
NCC 00039
39.000 Đ

Giá:39.000đ